

## Information systems modeling

УДК 519. 65:336.719

doi: <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2022.4.05>С. В. Гадецька<sup>1</sup>, В. Ю. Дубницький<sup>2</sup>, Ю. І. Кушнерук<sup>3</sup>, О. І. Ходирев<sup>2</sup>, І. В. Шкодiна<sup>4</sup><sup>1</sup> Харківський національний автомобільно-дорожній університет, Харків, Україна<sup>2</sup> ННІ “Каразінський банківський інститут” ХНУ імені В. Н. Каразіна, Харків, Україна<sup>3</sup> Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна<sup>4</sup> Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Харків, Україна

### EXCEL-ОРІЄНТОВАНИЙ КАЛЬКУЛЯТОР ДЛЯ ДІАГНОСТИКИ СТАБІЛЬНОСТІ ФІНАНСОВИХ ПОТОКІВ ПРИ ПАКЕТНІЙ ОБРОБЦІ ДАНИХ МНОГОЧЛЕНАМИ ЧЕБИШОВА

**Анотація. Мета роботи.** Розробка алгоритмів і програмна реалізація EXCEL-орієнтованих методів побудови регресійних многочленів з використанням многочленів Чебишова. **Результати.** В роботі показано, що посилення геополітичної нестабільності та вплив інших факторів тиску на стан економічних систем багатьох країн призводить до посилення вразливості їх фінансових систем. Внаслідок чого загальмувалось глобальне зростання, посилюється інфляційний тиск та економічна невизначеність. Виходячи з цього, дуже важливим є діагностика змін напрямків, обсягів, швидкості, регулярності фінансових потоків суб'єктів господарювання. Прийнято, що зміна у часі показників, які визначають стан фінансової системи, може бути представлена у вигляді регресійних многочленів. У даній роботі для їх визначення було використано многочлени Чебишова. Цей метод реалізовано в програмних продуктах, використання яких пов'язане з ліцензійними обмеженнями. Тому розробка EXCEL-орієнтованого програмного продукту, призначеного для побудови регресійних рівнянь з використанням многочленів Чебишова, можна вважати актуальним завданням. В роботі наведено алгоритми обчислення коефіцієнтів регресійних многочленів Чебишова до п'ятого степеню включно та блок-схеми алгоритмів, що їх реалізують. Також наведено визначення пакету даних, його індексу та потоку даних. Для порівняння якості многочленів Чебишова різних степенів введено поняття ланцюгового децилогу відносно похибки. В роботі прийнято, що розбіжність індексів двох суміжних потоків означає порушення стабільності процесу. Момент порушення стабільності відповідає найбільшому номеру в порівнюваній парі пакетів. Наведено блок-схему алгоритму та чисельний приклад використання методики, яку запропоновано в роботі.

**Ключові слова:** регресійні многочлени Чебишова; пакет даних; потік даних; децибели; децилоги; ланцюговий децилог відносно похибки.

#### Вступ

Посилення геополітичної нестабільності та боротьба з COVID-19 призводить до посилення інших факторів вразливості фінансової системи, в результаті чого загальмувалось глобальне зростання, посилюється інфляційний тиск та економічна невизначеність. Глобальні фінансові умови помітно погіршилися на фоні підвищення центральними банками облікових ставок для боротьби з інфляцією, яка відбувається на фоні ризиків стагфляції. В умовах високої економічної невизначеності виникла невідповідність між ситуацією на фінансових ринках та розвитком реальної економіки, що відображається на фінансовій стабільності та впливає практично на всі аспекти економічної діяльності та умови фінансування.

У першу чергу це стосується змін напрямів та масштабів фінансових потоків як на глобальному рівні, так і на національному. Зміни іноземних інвестицій, падіння фондових ринків, високі рівні заборгованості на корпоративному та державному рівнях можуть збільшити волатильність ринку та посилити вже існуючі проблеми суб'єктів господарювання (держави, підприємств, фінансових інститутів, домогосподарств та ін.).

Проблеми формування, розподілу та перерозподілу фінансових потоків та організації їх управління розглядаються на теоретичному і методологічному рівнях у багатьох фундаментальних робо-

тах. Наприклад, у [1] за результатами дослідження 16 провідних економік світу доведено вплив міжнародних потоків капіталу на стабільність фінансового сектора шляхом розгляду зв'язку між компонентами валових потоків капіталу та різними фінансовими показниками стабільності. В [2] показано зв'язок між внутрішніми фінансовими циклами, які впливають на макрофінансову стабільність та коливаннями глобальних фінансових умов.

Приймаючи до уваги, що відповідно до дослідження [3] найбільш нестабільними фінансовими потоками є іноземні інвестиції, то їх раптові зупинки можуть сильно відобразитися на можливостях післявоєнного відновлення економіки України. В той же час, дослідження свідчать, що при відповідній макро-економічній політиці іноземні інвестиції мають позитивний вплив на стабільність [4]. Виходячи з цього, дуже важливим є діагностика змін напрямів, обсягів, швидкості, регулярності фінансових потоків вітчизняних суб'єктів господарювання при змінах фінансової чи монетарної політики. Тому розробка методики з формування й реалізації механізму діагностики фінансової стабільності є вкрай важливою та актуальною задачею для всіх суб'єктів глобальної економіки. Особливо це стосується країн, що розвиваються, оскільки вони мають менш міцні інституційні механізми та менш розвинуті фінансові ринки [28].

**Аналіз літератури.** В рамках даної роботи приймемо наступне визначення потоку даних, приз-

начених для пакетної обробки. Кожен пакет має свій індивідуальний послідовний номер. Кожен пакет складається з  $n$  пар даних:

$$\langle Y, Z \rangle = \left\langle (y_1, z_1), (y_2, z_2), \dots, (y_i, z_i), \dots, (y_{n-1}, z_{n-1}), \dots, (y_n, z_n) \right\rangle, \quad (1)$$

$$y_i > 0, n \geq 10.$$

У загальному випадку кількість пар даних у кожному пакеті довільна, але за умови дотримання співвідношення (1) в рамках даної задачі є стала величина. За аргументом  $z$  дані кожного пакету не обов'язково рівновіддалені. Перестановка послідовності пакетів і пар даних усередині пакету неможлива. Кожному пакету даних ставиться у відповідність індекс пакету вигляду:

$$FF = \langle T, \lambda \rangle, \quad (2)$$

де  $T = 1$ , якщо гіпотеза про наявність тренду приймається, інакше  $T = 0$ .

Величина  $\lambda$  – степінь полінома, що апроксимує дані в середині кожного пакету. Послідовність індексів, кожний з яких відповідає співвідношенням (1)–(2), створює фінансовий потік. Два фінансові потоки мають однакові властивості, якщо їх індекси співпадають. Якщо в двох послідовних пакетах індекси не співпадають, то це означає порушення стабільності процесу. Момент порушення стабільності відповідає найбільшому номеру в порівнюваній парі пакетів. До початку процесу ранньої діагностики фінансового потоку слід визначити  $FF$ -індекси порівнюваних пакетів. У такій постановці завдання ранньої діагностики фінансового потоку близьке до завдання про визначення моменту розладнання випадкового процесу [5–7].

Для перевірки гіпотези про наявність (відсутність) тренду в даних кожного з пакетів був використаний критерій Фостера-Стюарта. Докладні відомості про нього та про інші критерії подібного призначення розглянуто в [8]. У [9] наведено відомості

про алгоритми, що реалізують отримання чисельних значень цих критеріїв. У [10] описано варіант алгоритму визначення величини цього критерію для пакетів з довільною кількістю даних.

Нульова гіпотеза  $H_0$ , справедливості якої перевіряє критерій, це наявність тренду. Статистики критерію мають вигляд:

$$S = \sum_{i=2}^n S_i; \quad d = \sum_{i=2}^n d_i; \quad (3)$$

$$\text{де} \quad d_i = u_i - l_i; \quad S_i = u_i + l_i, \quad i = 2, \dots, n. \quad (4)$$

Величини  $u_i$  та  $l_i$  визначають за правилом: якщо  $y_i > y_{i-1}, \dots, y_1$ , то  $u_i = 1$ , у іншому випадку  $u_i = 0$ ; якщо  $y_i < y_{i-1}, \dots, y_1$ , то  $l_i = 1$ , у іншому випадку.

Статистику  $S$  використовують для перевірки наявності тренду в дисперсіях, статистику  $d$  – для виявлення тренду в середніх значеннях показників, стабільності яких вивчається.

Очевидно, що

$$0 \leq S \leq n-1; \quad -(n-1) \leq d \leq n-1. \quad (5)$$

При відсутності тренду величини

$$t = d/f; \quad (6)$$

$$\tilde{t} = \frac{S - f^2}{l}, \quad (7)$$

$$\text{де} \quad l = \sqrt{2 \ln n - 3,4253}; \quad (8)$$

$$f = \sqrt{2 \ln n - 0,8456}; \quad (9)$$

мають розподіл Стюдента з  $\nu = n$  степенями свободи. Формули для обчислення величин  $l$  та  $f$  слід використовувати тоді, коли кількість спостережень  $n > 50$ . Якщо кількість спостережень  $10 \leq n \leq 50$ , то значення величин  $f$  та  $l$  обирають згідно з табл. 1, яку наведено в [9].

Таблиця 1 – Значення величин  $f$  та  $l$  для перевірки наявності тренду

$n$	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$f$	1,964	2,153	2,279	2,373	2,447	2,509	2,561	2,606	2,645
$l$	1,288	1,521	1,677	1,791	1,882	1,956	2,019	2,072	2,121

З використанням STATGRAPHICS XV.1 для величини  $f$  запропоновано інтерполяційну формулу:

$$f = \sqrt{-0,653247 + 1,95428 \ln(n)}. \quad (10)$$

Правило прийняття рішення щодо наявності тренду наступне:

Якщо  $|\tilde{t}| > t_{1+\alpha}/2$ , то з довірчою вірогідністю  $\alpha$  гіпотеза  $H_0$  – гіпотеза існування тренду, приймається, в іншому випадку гіпотеза  $H_0$  відхиляється. В співвідношенні (10) прийнято, що  $|\tilde{t}|$  – обчислене значення  $t$ -критерію,  $t_{1+\alpha}/2$  – його табличне значення. Більш чутливі критерії, які призначені для перевірки наявності тренду, але і складніші для реалізації, описано в [11, 12].

За відсутності тренду для контролю технологічних і фінансових потоків, індекс яких  $FF = \langle 0, 0 \rangle$ , використовують карти Шухарта [13, 14]. Методика їх застосування викладена в нормативному документі [15]. Карти Шухарта можливо використовувати тільки при нормальному розподілу характеристики, зміни якої контролюють. Насправді ця умова виконується не завжди, що зазначено в роботі [16]. Карти Шухарта були створені для контролю технологічних процесів, незалежно щодо їх предметної області. Вони надають можливість із заданою ймовірністю визначити перебування значень процесу в межах границь, які обумовлені його технологічними особливостями. У нашому випадку, при апріорній наявності тренду, цей метод непридатний.

В [17] було розглянуто задачу вибору виду управління  $U$ , яке здійснювали за правилом:

$$U = \begin{cases} U_1, & \text{якщо } Y_1(X) = a_0 + a_1(x); \\ U_2, & \text{якщо } Y_2(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2. \end{cases} \quad (11)$$

Умови контролю виробничого процесу були такі, що всі сформульовані в роботі [18] вимоги до застосування регресійного аналізу було виконано. З попередніх досліджень було відомо, що в початковій стадії процесу слід застосовувати управління  $U_1$  і тільки потім переходити на управління  $U_2$ . Задача, що поставлена в [17], була сформульована так: обрати таке значення  $x$ , після якого необхідно переходити від управління  $U_1$  до управління  $U_2$ . Для цього в [17] було побудовано алгоритм вибору виду регресійного рівняння, який використовував многочлени Чебишова. Така постановка задачі близька за своїм змістом до задачі, яку буде розглянуто в даному повідомленні, і тому вона була прийнята як базова. Алгебраїчні властивості многочленів Чебишова розглянуто в [19]. Теоретичні основи застосування многочленів Чебишова для апроксимації дослідних даних за методом найменших квадратів детально викладено в [20]. Слід зазначити, що застосування цієї роботи для практичних обчислень утруднене через використання незвичної, для сучасного читача, символіки. В скороченому вигляді, ці методи викладено в [21, с. 87, 22, с. 75]. Докладне обґрунтування використання многочленів Чебишова для побудови регресійних рівнянь викладено в [23, 24]. Особливості використання многочленів Чебишова для статистичного вирівнювання за методом найменших квадратів щодо визначення тренду ряду спостережень, згідно сучасної [18] термінології, розглянемо на наступному прикладі.

Припустимо, що для рядів спостережень  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n)$  і  $Z = (z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_n)$  потрібно побудувати апроксимуючу функцію:

$$f(z) = \sum_{j=0}^{\lambda} a_j z^j. \quad (12)$$

Для визначення вектору коефіцієнтів  $G = [a_0, a_1, \dots, a_\lambda]$  скористаємося методом найменших квадратів. Для цього слід розв'язати задачу, яку визначено співвідношенням:

$$G_0 = \arg \min_G \sum_{i=1}^n \left[ y_i - \sum_{j=1}^{\lambda} a_j z_i^j \right]^2. \quad (13)$$

Відомо, що для отримання коефіцієнтів многочлена степеня  $\lambda$  необхідно розв'язати систему рівнянь [18]:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n z_i & \dots & \sum_{i=1}^n z_i^\lambda \\ \sum_{i=1}^n z_i & \sum_{i=1}^n z_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^n z_i^{\lambda+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n z_i^\lambda & \sum_{i=1}^n z_i^{\lambda+1} & \dots & \sum_{i=1}^n z_i^{2\lambda} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \dots \\ a_\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n x_i^\lambda y_i \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Із співвідношення (14) виходить, що при визначенні коефіцієнтів многочлена степеня  $(\lambda+1)$ , спадкоємність в розв'язанні цієї системи відсутня. Многочлени Чебишова, внаслідок своїх властивостей, дозволяють розв'язувати задачу, яка сформульована за співвідношеннями (13), (14) відповідно, зберігаючи раніше отримані результати. В [23] відзначено, що застосування ортогональних многочленів для визначення коефіцієнтів в моделі поліноміальної регресії має перевагу у порівнянні з методикою, що викладена в [18]. А саме: обумовленість задачі оцінювання коефіцієнтів наближається до одиниці; система рівнянь (14) розпадається на незалежні рівняння, що призводить до скорочення кількості обчислювальних операцій і зниження помилок, які пов'язані з кінцевою точністю обчислень.

У даній роботі для апроксимації ряду спостережень було використано метод побудови многочленів Чебишова, викладений в [25]. Обчислення многочленів Чебишова і їх використання для побудови регресійних рівнянь реалізоване в пакетах Mathcad, Maple V і деяких інших, використання яких пов'язане з ліцензійними обмеженнями. Тому розробка EXCEL-орієнтованого програмного продукту, призначеного для побудови регресійних рівнянь з використанням многочленів Чебишова, можна вважати актуальним завданням. Її успішне розв'язання допоможе суб'єктам господарювання досягнути цілей фінансової стабільності та ефективно управляти фінансовими потоками різних рівнів.

**Мета роботи.** Розробка алгоритмів і програмна реалізація EXCEL-орієнтованих методів побудови регресійних многочленів з використанням многочленів Чебишова.

### Отримані результати

Початковий ряд спостережень  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n)$  і  $Z = (z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_n)$  перетворимо до вигляду:  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n)$  і  $X = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ , де

$$x_i = z_i - \sum_{i=1}^n z_i / n. \quad (16)$$

Співвідношення (16) не є обов'язковим, але його використання спрощує подальші обчислювальні процедури. Регресійний поліном степеня  $\lambda$  можна представити у вигляді ряду:

$$f_\lambda(x) = \sum_{j=0}^{\lambda} k_j q_j(x) = \sum_{j=0}^{\lambda} \frac{\sum_{i=1}^n y_i q_j(x_i)}{\sum_{i=1}^n q_j^2(x_i)} q_j(x). \quad (17)$$

Регресійний поліном степеня  $(\lambda+1)$  можна представити у вигляді:

$$f_{\lambda+1}(x) = f_\lambda(x) + \frac{\sum_{i=1}^n y_i q_{\lambda+1}(x_i)}{\sum_{i=1}^n q_{\lambda+1}^2(x_i)} q_{\lambda+1}(x). \quad (18)$$

Співвідношення (17) і (18) показують основну перевагу многочленів Чебишова – при обчисленні чисельних значень коефіцієнтів многочлена вищого степеня зберігаються раніше отримані результати.

У співвідношеннях (17, 18) відсутні символи під і над знаком суми. Причини цього викликані певною традицією і особливостями роботи [25].

Розглянемо обчислення коефіцієнтів многочлена степеня  $\lambda=1$  Загальний вигляд многочлена визначається за співвідношенням:

$$f_1(x) = k_0 + k_1q_1(x). \quad (19)$$

Порядок обчислення коефіцієнтів у співвідношенні (19) показано в табл. 2.

Таблиця 2 – Порядок обчислення величини  $k_1q_1(x)$  і коефіцієнтів многочлена Чебишова степеня  $\lambda = 1$

Умовний номер оператора	$k_0$	$k_1$	$q_1(x)$
Обчислювальна операція	$\sum y_i$	$\sum y_i x_i / \sum x_i^2$	$x$

Блок-схема алгоритму, що реалізує дану процедуру, показана на рис. 1.

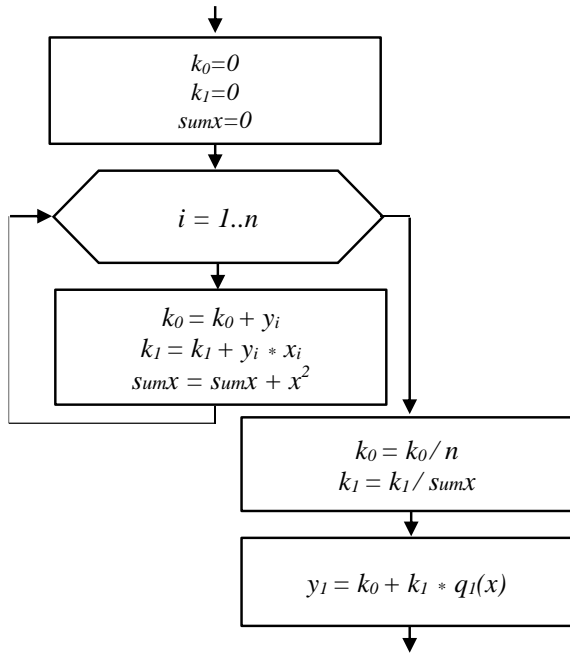


Рис. 1. Блок-схема алгоритму обчислення коефіцієнтів многочлена Чебишова степеня  $\lambda=1$  (Fig. 1. Flow chart of the algorithm for calculating the coefficients of the Chebyshev polynomial of degree  $\lambda=1$ )

Розглянемо обчислення коефіцієнтів многочлена Чебишова степеня  $\lambda=2$ . Загальний вигляд многочлена визначається за співвідношенням:

$$f_2(x) = f_1(x) + k_2q_2(x) = k_2x^2 + x(k_1 - k_2b_2) + (k_0 - k_2A_2). \quad (20)$$

Порядок обчислення коефіцієнтів в співвідношенні (20) показано в табл. 3. Блок-схему алгоритму, що реалізує дану процедуру, показано на рис. 2.

Розглянемо обчислення коефіцієнтів многочлена степеня  $\lambda=2$ .

Таблиця 3 – Порядок обчислення величини  $k_2q_2(x)$  і коефіцієнтів многочлена Чебишова степеня  $\lambda=2$

Умовний символ оператор	Обчислювальна операція	Умовний символ оператор	Обчислювальна операція
$S(0,2)$	$\sum x_i^2$	$b_2$	$\frac{S(1,2)}{S(1,1)}$
$S(1,1)$	$\sum x_i^2$	$S(2,2)$	$S(1,3) - b_2 \cdot S(1,2) - A_2 \cdot S(0,2)$
$S(1,2)$	$\sum x_i^3$	$k_2$	$\frac{\sum y_i \cdot x_i^2 - k_0 \cdot S(0,2) - k_1 \cdot S(1,2)}{S(2,2)}$
$S(1,3)$	$\sum x_i^4$	$q_2(x)$	$x^2 - b_2 \cdot x - A_2$
$A_2$	$S(1,1)/n$	-	-

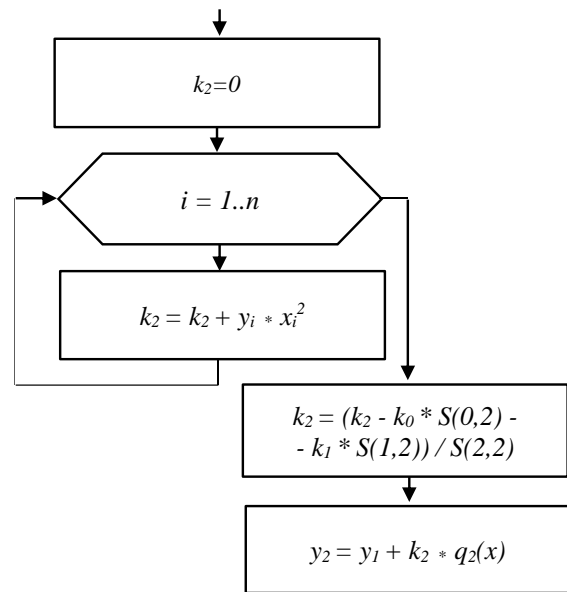


Рис. 2. Блок-схема алгоритму обчислення коефіцієнтів многочлена Чебишова степеня  $\lambda=2$  (Fig. 2. Flow chart of the algorithm for calculating the coefficients of the Chebyshev polynomial of degree  $\lambda=2$ )

Загальний вигляд многочлена визначається за співвідношенням:

$$f_3(x) = f_1(x) + f_2(x) + k_3q_3(x) = x^3 - \alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + A_2b_3. \quad (21)$$

У співвідношенні (21) прийнято, що:

$$\alpha = (b_2 + b_3); \quad (22)$$

$$\beta = (b_2b_3 - A_2 - A_3). \quad (23)$$

Порядок обчислення величини  $k_3q_3(x)$  в співвідношенні (21) показано в табл. 4. Блок-схему алгоритму, що реалізує дану процедуру, показано на рис. 3.

Розглянемо обчислення коефіцієнтів многочлена степеня  $\lambda=4$ . Загальний вигляд многочлена визначається за співвідношенням:

$$f_4(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + k_4q_4(x) = x^4 - \gamma x^3 + \eta x^2 - \omega \cdot x + \Psi. \quad (24)$$

Таблиця 4 – Порядок обчислення величини  $k_3q_3(x)$  і коефіцієнтів многочлена Чебишова степеня  $\lambda=3$

Умовний символ оператора	Обчислювальна операція
$S(0,3)$	$\sum x_i^3$
$S(0,4)$	$\sum x_i^4$
$S(1,4)$	$\sum x_i^5$
$S(1,5)$	$\sum x_i^6$
$S(2,3)$	$S(1,4) - b_2 \cdot S(1,3) - A_2 \cdot S(0,3)$
$S(2,4)$	$S(1,5) - b_2 \cdot S(1,4) - A_2 \cdot S(0,4)$
$A_3$	$S(2,2)/S(1,1)$
$b_3$	$S(2,3)/S(2,2) - S(1,2)/S(1,1)$
$S(3,3)$	$S(2,4) - b_3 \cdot S(2,3) - A_3 \cdot S(1,3)$
$k_3$	$\frac{\sum y_i x_i^3 - k_0 \cdot S(0,3) - k_1 \cdot S(1,3) - k_2 \cdot S(2,3)}{S(3,3)}$
$q_3(x)$	$(x - b_3)q_2(x) - A_3 \cdot x$

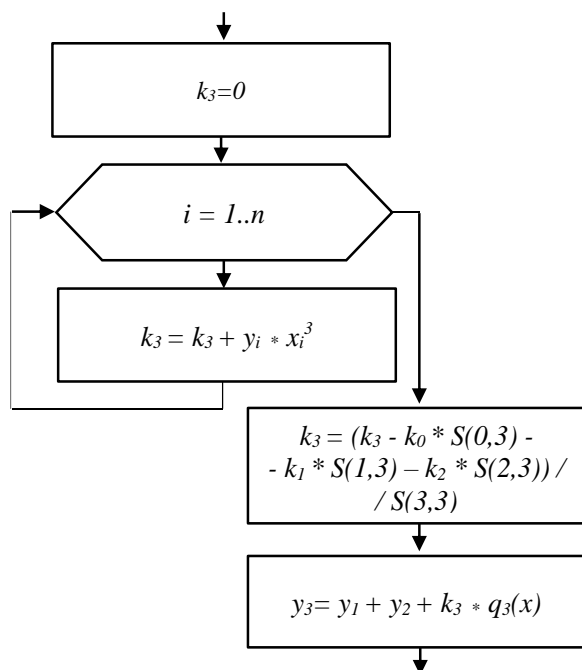


Рис. 3. Блок-схема алгоритму обчислення коефіцієнтів многочлена Чебишова степеня  $\lambda=3$  (Fig. 3. Flow chart of the algorithm for calculating the coefficients of the Chebyshev polynomial of degree  $\lambda=3$ )

У співвідношенні (24) прийнято, що:

$$\gamma = (b_2 + b_3 + b_4); \Psi = A_2(A_4 - b_3b_4) \quad (25)$$

$$\eta = [b_2(b_3 + b_4) - A_2 + b_3b_4 - A_3 - A_4]; \quad (26)$$

Порядок обчислення величини  $k_4q_4(x)$  показано в табл. 5.

Блок-схему алгоритму, що реалізує дану процедуру, показано на рис. 4.

Розглянемо обчислення коефіцієнтів многочлена степеня  $\lambda=5$  степеня.

Таблиця 5 – Порядок обчислення величини  $k_4q_4(x)$  і коефіцієнтів многочлена Чебишова степеня  $\lambda=4$

Умовний символ оператора	Обчислювальна операція
$S(0,5)$	$\sum x_i^5$
$S(0,6)$	$\sum x_i^6$
$S(1,6)$	$\sum x_i^7$
$S(1,7)$	$\sum x_i^8$
$S(2,5)$	$S(1,6) - b_2 \cdot S(1,5) - A_2 \cdot S(0,5)$
$S(3,4)$	$S(2,5) - b_3 \cdot S(2,4) - A_3 \cdot S(1,4)$
$S(2,6)$	$S(1,7) - b_2 \cdot S(1,6) - A_2 \cdot S(0,6)$
$S(3,5)$	$S(2,6) - b_3 \cdot S(2,5) - A_3 \cdot S(1,5)$
$A_4$	$S(3,3)/S(2,2)$
$b_4$	$S(3,4)/S(3,3) - S(2,3)/S(2,2)$
$S(4,4)$	$S(3,5) - b_4 \cdot S(3,4) - A_4 \cdot S(2,4)$
$k_4$	$\left( \sum y_i x_i^4 - \left( k_0 \cdot S(0,4) + k_1 \cdot S(1,4) + k_2 \cdot S(2,4) + k_3 \cdot S(3,4) \right) \right) / S(4,4)$
$q_4(x)$	$(x - b_4) \cdot q_3(x) - A_4 \cdot q_2(x)$

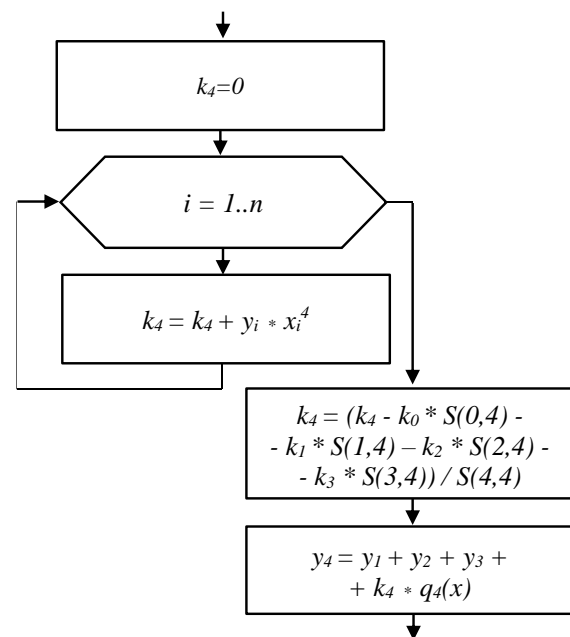


Рис. 4. Блок-схема алгоритму обчислення коефіцієнтів многочлена Чебишова степеня  $\lambda=4$  (Fig. 4. Flow chart of the algorithm for calculating the coefficients of the Chebyshev polynomial of degree  $\lambda=4$ )

Загальний вигляд многочлена визначається за співвідношенням:

$$f_5(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + f_4(x) + k_5q_5(x). \quad (27)$$

Порядок обчислення коефіцієнтів у співвідношенні (28) показано в табл. 6. Блок-схему алгоритму, що реалізує дану процедуру, показано на рис. 5.

У явному вигляді співвідношення (27) показано у співвідношенні (28). Для цього була використана система символічної математики DERIVE:

$$f_5(x) = s \cdot x^5 - x^4 \cdot (d \cdot s + g \cdot s - l + s \cdot (p+t)) + x^2 \cdot (d \cdot (g \cdot s - l + s \cdot (p+t)) - e \cdot s + g \cdot (s \cdot (p+t) - l) - h \cdot s - l \cdot p + p \cdot s \cdot t - q \cdot s - s \cdot u + l) + x \cdot (c + d \cdot (g \cdot (l - s \cdot (p+t)) + l \cdot p - p \cdot s \cdot t + q \cdot s + s \cdot u - l) + e \cdot (g \cdot s - l + s \cdot (p+t)) + g \cdot (l \cdot p - p \cdot s \cdot t + s \cdot u - l) + h \cdot (s \cdot (p+t) - l) - l \cdot q + q \cdot s \cdot t) + x \cdot (2 \cdot b - c \cdot d - d \cdot (g \cdot (l \cdot p - p \cdot s \cdot t + s \cdot u - l) - l \cdot q + q \cdot s \cdot t) + e \cdot (g \cdot (l - s \cdot (p+t)) + l \cdot p - p \cdot s \cdot t + q \cdot s + s \cdot u - l) + h \cdot (l \cdot p - p \cdot s \cdot t + s \cdot u - l)) + 2 \cdot a - c \cdot e - e \cdot (g \cdot (l \cdot p - p \cdot s \cdot t + s \cdot u - l) - l \cdot q + q \cdot s \cdot t) \quad (28)$$

Таблиця 6 – Порядок обчислення величини  $k_5 q_5(x)$  і коефіцієнтів многочлена Чебишова степеня  $\lambda=5$

Умовний символ оператора	Обчислювальна операція
$S(0,7)$	$\sum x_i^7$
$S(0,8)$	$\sum x_i^8$
$S(1,8)$	$\sum x_i^9$
$S(1,9)$	$\sum x_i^{10}$
$S(2,7)$	$S(1,8) - b_2 \cdot S(1,7) - A_2 \cdot S(0,7)$
$S(3,6)$	$S(2,7) - b_3 \cdot S(2,6) - A_3 \cdot S(1,6)$
$S(4,5)$	$S(3,6) - b_4 \cdot S(3,5) - A_4 \cdot S(2,5)$
$S(2,8)$	$S(1,9) - b_2 \cdot S(1,8) - A_2 \cdot S(0,8)$
$S(3,7)$	$S(2,8) - b_3 \cdot S(2,7) - A_3 \cdot S(1,7)$
$S(4,6)$	$S(3,7) - b_4 \cdot S(3,6) - A_4 \cdot S(2,6)$
$A_5$	$S(4,4)/S(3,3)$
$b_5$	$S(4,5)/S(4,4) - S(3,4)/S(3,3)$
$S(5,5)$	$S(4,6) - b_5 \cdot S(4,5) - A_5 \cdot S(3,5)$
$k_5$	$\frac{\sum y_i x_i^5 - k_0 \cdot S(0,5) - k_1 \cdot S(1,5) - k_2 \cdot S(2,5) - k_3 \cdot S(3,5) - k_4 \cdot S(4,5)}{S(5,5)}$
$q_5(x)$	$(x - b_5) \cdot q_4(x) - A_5 \cdot q_3(x)$

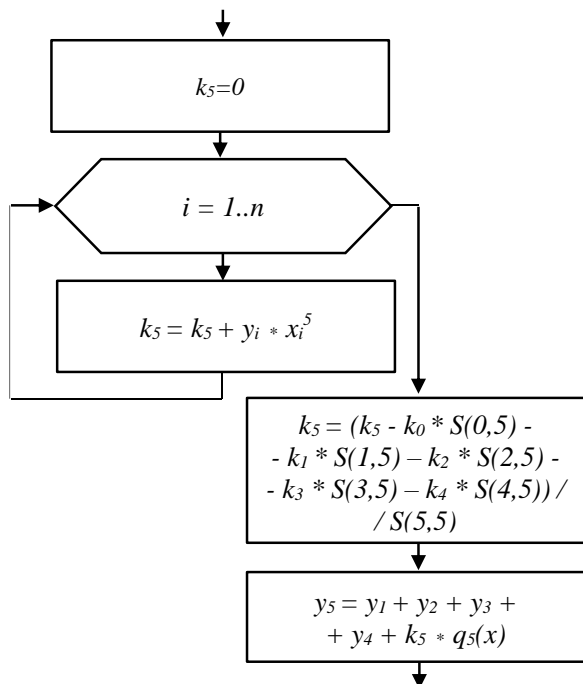


Рис. 5. Блок-схема алгоритму обчислення коефіцієнтів многочлена Чебишова степеня  $\lambda=5$  (Fig. 5. Flow chart of the algorithm for calculating the coefficients of the Chebyshev polynomial of degree  $\lambda=5$ )

Відповідність між позначеннями, прийнятими в даній роботі для опису блок-схем алгоритмів (рис. 1)...(рис. 5), і позначеннями, що прийняті в співвідношенні (29), показано в табл. 7.

Таблиця 7 – Відповідність між позначеннями, що прийняті для опису блок-схем алгоритмів (A) і позначеннями, які використовуються в системі DERIVE (D)

A	D	A	D	A	D
$k_0$	$a$	$k_3$	$f$	$A_4$	$q$
$k_1$	$b$	$b_3$	$g$	$k_5$	$s$
$k_2$	$c$	$A_3$	$h$	$b_5$	$t$
$b_2$	$d$	$k_4$	$l$	$A_5$	$u$
$A_2$	$e$	$b_4$	$p$		

Оскільки показаний в співвідношенні (29) результат утруднений для аналізу, то далі буде наведено тільки результати, які отримані чисельними методами.

Для обґрунтування вибору величини  $\lambda$  в співвідношенні (2) прийнята наступна методика. Для кожного многочлена степеня  $\lambda$  обчислюють його середню абсолютну похибку апроксимації  $\epsilon_\lambda$  згідно із співвідношенням:

$$\epsilon_\lambda = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i} \quad (29)$$

де  $y_i$  –  $i$ -те значення в пакеті даних,  $\hat{y}_i$  – його розрахункове значення, що отримане з використанням многочлену степеня  $\lambda$ . Слід зауважити, що при цьому ніякі вимоги до початкових даних, які властиві регресійному аналізу [18], в даній роботі не використано.

У роботі [26] відзначено, що в акустиці, електротехніці, теорії автоматичного управління для порівняння відношення величин  $P_2$  і  $P_1$  використовують функцію їх відносин, яку називають децибелом і визначають згідно із співвідношенням:

$$Db = k \lg(P_2/P_1) \quad (30)$$

Залежно від фізичної природи величин, відношення яких порівнюють між собою, коефіцієнт  $k$  приймають рівним 10 або 20. У нашому випадку приймемо, що  $k=10$ . Якщо умову (30) використовують для порівняння відносин величин іншої фізичної природи, окрім вищеназваних, то її називають децилогом (Dl). У даній роботі приймемо, що:

$$10 \lg(P_2/P_1) = \begin{cases} Dl > 0, & \text{якщо } P_1 > 0, P_2 > 0, P_2 > P_1; \\ Dl < 0, & \text{якщо } P_1 > 0, P_2 > 0, P_2 < P_1; \\ Dl > 0, & \text{якщо } P_1 < 0, P_2 < 0, P_2 < P_1; \\ Dl < 0, & \text{якщо } P_1 < 0, P_2 < 0, P_2 > P_1. \end{cases} \quad (31)$$

Прийmemo, що  $P_2 / P_1 = u$ . Якщо відома величина  $Dl$  то величина  $P_2$  буде в  $u$  раз більше величини  $P_1$ , а величину  $u$  визначають за співвідношенням:

$$u = 10^{(Dl/10)} \quad (32)$$

Розглянемо застосування описаної методики на наступному прикладі. Потрібно обґрунтувати вибір степеня  $\lambda$  многочлена Чебишова для апроксимації пакету даних, який наведено в табл. 8.

Величину коефіцієнтів отриманих многочленів та їх середню відносну похибку апроксимації наведено в табл. 9.

По аналогії з економічною статистикою величину:

$$Dl(\varepsilon_{\lambda+1} / \varepsilon_{\lambda}) = 10 \lg \left( \frac{\varepsilon_{\lambda+1}}{\varepsilon_{\lambda}} \right) \quad (33)$$

будемо називати ланцюговим децилогом середньої відносної похибки, її розрахункове значення наведено в табл. 10.

Таблиця 8 – Результати вибору степеня  $\lambda$  многочлена Чебишова для апроксимації пакету даних

Початкові дані аргументу, z	Центровані початкові дані аргументу, x	Значення функції, y
1	-2	-0,1850
1,25	-1,75	-0,4839
1,5	-1,5	-0,6578
1,75	-1,25	-0,8162
2	-1	-0,9301
2,25	-0,75	-0,8633
2,5	-0,5	-0,8092
2,75	-0,25	-0,1617
3,0	0	0,8248
3,25	0,25	2,1157
3,5	0,5	4,0955
3,75	0,75	6,6955
4	1	10,1337
4,25	1,25	14,5511
4,5	1,5	19,9613
4,75	1,75	26,4941
5	2	34,5716

Таблиця 9 – Величина коефіцієнтів многочленів та їх середня відносна похибка апроксимації

Степінь многочлена, $\lambda$	Вигляд многочлена	Середня відносна похибка, $\varepsilon_{\lambda}$
1	$f_1(x) = 6,73741 + 7,31831x$	6,672506
2	$f_2(x) = 0,608853 + 7,31831x + 4,08571x^2$	1,729571
3	$f_3(x) = 0,608853 + 4,50905x + 4,08571x^2 + 1,04531x^3$	0,192469
4	$f_4(x) = 0,757213 + 4,50905x + 3,75052x^2 + 1,04531x^3 + 0,0879169x^4$	0,044486
5	$f_5(x) = 0,757213 + 4,5056x + 3,75052x^2 + 1,04898x^3 + 0,0879169x^4 - 0,00075081x^5$	0,043996

Таблиця 10 – Порівняльна оцінка якості многочленів Чебишова різних степенів

Степінь многочлена Чебишова, $\lambda$	Середня відносна похибка, $\varepsilon$	Ланцюговий децилог відносної похибки, $Dl(\varepsilon_{\lambda+1} / \varepsilon_{\lambda})$	Величина $u$ , "більше в рази"
1	6,672506	-	-
2	1,729571	-0,58635	0,259209
3	0,192469	-0,95358	0,111281
4	0,044486	-0,63614	0,231134
5	0,043996	-0,00481	0,988979

З результатів обчислень видно, що якість апроксимації даних многочленами четвертого і п'ятого степеня практично співпадає, бо  $u(\varepsilon_{\lambda+1} / \varepsilon_{\lambda}) \geq 0,95$ . Тому при виконанні подальших розрахунків слід використовувати многочлен четвертого степеня.

Якщо степінь многочлена у наступному пакеті даних буде співпадати з аналогічною величиною у попереднього, то це означатиме відсутність якісних змін у процесі, що вивчається, тобто процес протягом двох суміжних пакетів можна вважати стабільним. Потік даних будемо називати стабільним, якщо індекси всіх пакетів, які визначено згідно з співвідношенням (2), будуть рівними. Для реалізації запропонованої методики розроблено EXCEL-орієнтований калькулятор для пакетної обробки даних з використанням многочленів Чебишова. Збільшена блок-схема алгоритму наведена на рис. 6.

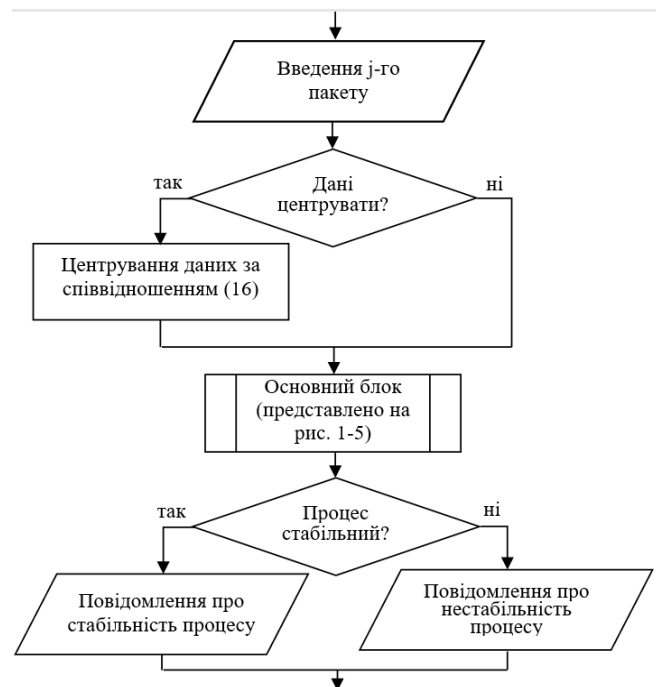


Рис. 6 Збільшена блок-схема алгоритму для пакетної обробки даних з використанням многочленів Чебишова (Fig. 6. The flow chart is a scheme of the algorithm for batch data processing using Chebyshev polynomials)

Вихідні дані оформлено у вигляді "розумної таблиці", що дозволяє значно спростити формули з

посиланнями на конструкції таблиці. У результаті відпадає необхідність змінювати у розрахункових формулах діапазони даних, якщо змінюється кількість рядків таблиці. Наприклад, формула для розрахунку  $k_j$  буде представлена у вигляді:

$$=СУММ(Таблиця1[y]*Таблиця1[x])/СУММ(Таблиця1[x]^2).$$

Вихідні дані заносяться в таблицю з буфера обміну. Для цього призначено блок управління, реалізований засобами VBA і представлений відповідними кнопками на аркуші з вихідними даними (рис. 7).

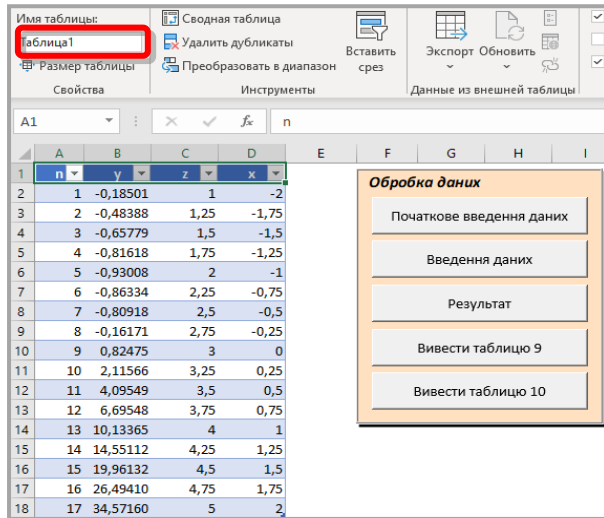


Рис. 7. Видяг аркуша таблиці Excel з вихідними даними і блоком управління (Fig. 7. View of an EXCEL sheet with output data and a control unit)

Кнопка "Початкове введення даних" видаляє з таблиці існуючі дані та очищує таблицю попередніх значень  $\lambda$ , а також розміщує нові значення  $u$  і  $z$  в таблиці. Ці дані вважаються даними першого періоду.

Кнопка "Введення даних" використовується для введення даних  $u$  і  $z$  починаючи з другого періоду. При цьому програмний код порівнює кількість даних у буфері обміну з кількістю даних попереднього періоду і, якщо вона однакова, замінює старі дані новими. При цьому зберігається попереднє значення  $\lambda$  для порівняння його з розрахованим на основі нових значень. Якщо кількість даних нового пакету не співпадає з кількістю даних попереднього, то генерується повідомлення про помилку і дані в таблицю не вставляються.

Завдяки тому, що облікові формули розміщено на окремому аркуші, який виглядає, як показано на рис. 8, за бажанням можна побачити усі проміжні числові результати одразу після введення даних.

Кнопка "Результат" ініціює процес аналізу результатів обчислення і видачу на окремому аркуші повідомлення про відсутність або наявність якісних змін у процесі, що аналізується. Додаткові кнопки "Вивести таблицю 9" і "Вивести таблицю 10" виводять на аркуші результату відповідні таблиці (рис. 8), які ілюструють стабільність процесу у числовому вигляді. Видяг вікна результату аналізу даних наведено на рис. 9.

Представлений калькулятор може використовуватись в Excel-таблицях, починаючи з версії 2007 року, оскільки розрахунки базуються на інструменті "розумні таблиці", який з'явився в MS Excel 2007.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
1		$\lambda=1$		$\lambda=2$		$\lambda=3$		$\lambda=4$		$\lambda=5$							$f$		Похибка		Період		$\lambda$
2	$k_0=$	6,737413	$S(0,2)=$	25,500000	$S(0,3)=$	0,000000	$S(0,5)=$	0,000000	$S(0,7)=$	0,000000	$f_1(x)=$	6,672506	Степінь	$\epsilon_\lambda$	1	-7,5061467	1	$\lambda_1$					
3	$k_1=$	7,318315	$S(1,1)=$	25,500000	$S(1,4)=$	0,000000	$S(1,6)=$	0,000000	$S(1,8)=$	0,000000	$f_2(x)=$	0,519657	2	-0,6208034	2	-0,1340777	2	$\lambda_2$					
4	$q_1=$	-0,008869	$S(1,2)=$	0,000000	$S(1,5)=$	218,244141	$S(1,7)=$	753,314575	$S(1,9)=$	2722,849892	$f_3(x)=$	0,147496	3	-0,046051	3	-0,0014038	3	$\lambda_3$					
5			$S(1,3)=$	68,531250	$S(2,3)=$	68,531250	$S(2,5)=$	0,000000	$S(2,7)=$	0,000000	$f_4(x)=$	0,046051	4	-0,0014038	4	-0,0009747	4						
6			$A_2=$	1,500000	$S(2,4)=$	218,244141	$S(3,4)=$	-575,301809	$S(3,6)=$	-963,988403	$f_5(x)=$	0,045723	5	-0,0009747	5								
7			$b_2=$	0,000000	$S(2,5)=$	218,244141	$S(3,5)=$	166,783447	$S(4,5)=$	2204,666093													
8			$S(2,2)=$	30,281250	$A_3=$	1,187500	$S(2,6)=$	425,948364	$S(4,6)=$	-17359,644078													
9			$k_2=$	4,085706	$b_3=$	2,263158	$S(3,5)=$	166,783447	$S(2,8)=$	1592,878029													
10			$q_2=$	-1,505945	$S(3,3)=$	-18,233758	$A_4=$	-0,602147	$S(3,7)=$	698,316971													
11					$k_3=$	13,403091	$b_4=$	-18,998615	$S(4,6)=$	-17359,644078													
12					$q_3=$	-0,525600	$S(4,4)=$	-10631,739097	$A_5=$	583,079964													
13							$k_4=$	-0,682321	$b_5=$	-31,758833													
14							$q_4=$	10,689409	$S(5,5)=$	-44590,108718													
15									$k_5=$	0,012487													
16									$q_5=$	-587,793531													

Рис. 8. Аркуш з розрахунковими формулами (Fig. 8. Sheet with calculation formulas)

Початкові дані			
Номер періоду	3		
Прийнято пар значень $u$ і $z$	17		
Результат обчислень			
Відсутні якісні зміни в процесі. Процес на проміжні 2 і 3 суміжних пакетів можна вважати стабільним.			
Таблиця 9 – Величина коефіцієнтів многочленів та їх середня відносна похибка апроксимації			
Степінь многочлена, $\lambda$	Середня відносна похибка, $\epsilon_\lambda$		
1	6,672506		
2	1,729571		
3	0,192469		
4	0,044486		
5	0,043996		
Таблиця 10 – Порівняльна оцінка якості многочленів Чебишова різних степенів			
Степінь многочлена Чебишова, $\lambda$	Середня відносна похибка, $\epsilon$	Ланцюговий децилог відносно похибки, $Dl(\epsilon_{\lambda-1}/\epsilon_\lambda)$	Величина $u$ , "більше в рази"
1	6,672506	-	-
2	1,729571	-0,58635	0,259209
3	0,192469	-0,95358	0,111281
4	0,044486	-0,63614	0,231134
5	0,043996	-0,00481	0,988979

Рис. 9. Видяг вікна результату аналізу даних (Fig. 9. View of the data analysis result window)



### Історико-бібліографічне доповнення

Історія застосування ортогональних многочленів для побудови регресійних моделей в самому стислому нарисі, на нашу думку, повинна складатися з двох частин: обчислювальною і гуманітарною. Якщо необхідність першої частини сумнівів не викликає, то необхідність другої можна обґрунтувати виразом, який наведено в [29, с. 7]:

Всё то, чего коснётся человек,  
Приобретает нечто человечесьё.

У [30] відзначено, що обчислювальну схему розв'язання рівнянь за методом найменших квадратів, яка використовує многочлени Чебишова, запропонував у 1878 р. американський обчислювач-геодезист М. Дуліттл (Doolittle M. H., 1829-1913). Оpubлікована була робота не у вигляді статті, а в науково-технічному звіті: «U. S. Coast and Geodetic Survey. Report for (1848) Appendix 8, 115». Сьогодні його ім'я незаслужено забуто, хоча за життя його вважали таким же авторитетним, як і К. Пірсона. Перевага запропонованої ним схеми порівняно із схемою Гауса для розв'язання системи нормальних рівнянь за методом найменших квадратів у докомп'ютерну епоху була в тому, що вона забезпечувала практично єдину реальну можливість для розв'язання задач великої вимірності. Зручні для організації обчислювального процесу схеми було запропоновано в [25]. Перше видання цієї роботи вийшло в 1925 р. Подальший розвиток використання схеми Дуліттла в задачах регресійного аналізу з використанням ортогональних многочленів Чебишова було зроблено в [30]. В цій роботі запропоновано обчислювальні схеми, що надають можливість одночасно подавати всі основні статистичні характеристики як систему елімінаційних середніх величин. В [30] під елімінаційними середніми розуміли середні значення якоїсь характеристики, коли з неї було виключено (еліміновано) вплив інших елементів і чинників, одночасно введених в аналіз. В [31] наведено приклад відносно простого застосування многочленів Чебишева і схеми Дуліттла для побудови не тільки парної, але і множинної регресії. Важливість простоти обчислювального процесу в цю докомп'ютерну епоху видно з рекомендацій, наведених в [36, с. 220]. У цій роботі сказано, що перед початком чисельного розв'язання задач з математичної статистики слід мати наступний перелік інструментів і таблиць: рахівниці, арифмометр, логарифмічну лінійку, таблиці логарифмів, таблиці множення, таблиці квадратів, кубів, квадратних і кубічних коренів, обернених величин. Чи багато з тих, кому сьогодні менше 30 років бачили все оце знаряддя, а тим більше знають, як його використовувати.

Сучасний стан задачі побудови регресійних многочленів Чебишова викладено в [21, 22]. Зв'язок ортогональних многочленів з теорією планування експерименту детально розглянуто в [32]. При читанні робіт, виконаних в різний час, в яких викладено методи побудови регресійних многочленів Че-

бишова, слід брати до уваги, що в різні роки використовували різну математичну символіку. У [33] приведений приклад різного написання навіть такого поширеного символу, як символ підсумовування:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_n &= \sum_{i=1}^n x_i = \\ &= \sum x_i = [x] = S[x]. \end{aligned} \quad (34)$$

Корисність використання ортогональних многочленів взагалі, і многочленів Чебишова зокрема, при розв'язанні некоректних задач лінійної алгебри, а пошук розв'язку рівнянь за методом найменших квадратів відносять до таких задач, показано в [34, 35].

Розглянемо гуманітарну складову доповнення. У [23] відзначено, що для регресії скінченної кількості спостережень найчастіше використовують ортогональні многочлени Хана, Чебишева, Кравчука. Алгебраїчні властивості цих многочленів викладено в [37]. В [23] за наслідками чисельних експериментів показано, що в деяких випадках моделі регресії за ортогональними многочленами Кравчука є стійкішими до помилок обчислень, ніж моделі, які використовують многочлени Чебишова, але вимагають більш складної обчислювальної процедури. У даній роботі реалізовано варіант застосування многочленів Чебишова, який викладено в [25]. М. П. Кравчук в 1929 р. в [38] запропонував використовувати для побудови регресійних моделей многочлени спеціального вигляду, які згодом були названі його ім'ям.

Порівняємо основні факти з біографій авторів робіт [25] і [38] – В. І. Хотимського (1892-1939) і М. П. Кравчука (1892-1942). Народившись в один рік, вони пішли з життя в різний час, але причина була одна – їм довелося жити в епоху, пізніше названу в [39] епохою тотального терору.

В [25] сказано, що її автор В. І. Хотимський – відомий статистик – комуніст, і що перше видання цієї роботи вийшло в 1925 р. Звертає увагу те, що вказана партійна приналежність автора до суто наукової роботи, що саме по собі викликає здивування і бажання більше дізнатися про її автора. Перелік основних робіт В. І. Хотимського з теорії ймовірностей та математичної статистики, наведено в редакційному вступі [25]. Цей перелік закінчується роботою, що вийшла у 1932 році. Пояснення подальшої відсутності робіт надане в [40]: «Хотимський Валентин Іванович. Народився 25.04.1892 в Глухові (нині – Сумська обл. Прим. авторів), єврей; освіта вища; член ВКП(б) (колишній член партії есерів); начальник відділу в Центральному управлінні народного господарського обліку при РНК СРСР. Проживав: Москва, 2-ий Колобовській пер., д. 2, кв. 4. Заарештовано 20 лютого 1938 р. Засуджено: Військовим Трибуналом Московського Військового округу по звинуваченню в участі в есерівській терористичній організації. Розстріляний 3 липня 1939 р. Місце поховання – Москва, Донське кладовище. Реабілітований 2 лютого 1957 р. Військовою Колегією Верхов-

ного Суду СРСР». А розташовано Донське кладовище в Москві в тому самому Донському монастирі, про який співав у 1970 р. А. М. Городницький:

Век двадцатый на дворе,  
Тёплый дождик в сентябре,  
Лист летит в пространство...  
А в Донском монастыре  
Сладко спится на заре  
Русскому дворянству.

Дворянству мабуть спалося солодко, але їх нащадкам...

Політичну біографію В. І. Хотимського детально розглянуто в [41]. Дуже цікаві відомості про його участь в організації розстрілу Миколи П і його сім'ї приведено в [42, 43]. Автор роботи [42] М. К. Дітеріхс був одним з організаторів Білого руху в Сибіру, автор роботи [43] – наша сучасниця. Оскільки автори цих робіт є прихильниками абсолютно протилежних політичних поглядів, то ці відомості можна вважати достовірними. В. І. Хотимський займав важливе місце в партійно-державній еліті того часу. Цей висновок можна зробити з того, що в енциклопедії [45, кол. 111-112] йому присвячена спеціальна стаття.

Можна припустити, що редакція енциклопедії вважала його партійну та державну роботу важливішою, ніж наукову. Опис результатів державної роботи В. І. Хотимського складає 69% тексту статті. Для того, щоб наш сучасник міг представити рівень політичного догматизму того часу процитуємо наведені в [46, с. 121] формулювання основного призначення енциклопедії: «Бути великим, всеосяжним коментарем до основної марксистської літератури». Автор цих рядків – М. Е. Кольцов, також розстріляний другого лютого 1940 р. і похований все в тому ж Донському монастирі. Об'єктивність вимагає відзначити, що В. І. Хотимський брав активну участь в ідеологічних погромах тридцятих років. Так, в збірці з характерною назвою «Боротьба за матеріалістичну діалектику в математиці» [47, с. 69-72] він викривав тих, хто дотримувався буржуазної еклетики в статистиці. Що це таке – сьогодні вже зрозуміти неможливо. Цікава доля редактора цієї збірки – Е. Кольмана. Цей лютий викривач ворогів народу таких, як В. І. Вернадський, С. І. Вавилов і майбутніх активних учасників Атомного проекту, лауреатів нобелівських премій Л. Д. Ландау і І. Є. Тамм, відсидів свої три з половиною роки в сталінських в'язницях і в 1976 р. емігрував до Швеції. Там він видав книгу з характерною назвою: «Ми не повинні були так жити».

Продовжимо тепер зіставлення основних фактів, але тепер уже не з життя В. І. Хотимського і М. П. Кравчука, а з процесу повернення їх імен з небуття. Дати смерті і посмертної реабілітації В. І. Хотимського відомі точно. У 1959 р. опублікована робота [25]. Кілька разів ім'я В. І. Хотимського було згадано в роботах з історії статистики і більш менш детально в [41].

У [48], виданні, по точності порівнянним з академічним, приведено основні біографічні відомості

про М. П. Кравчука, бібліографія його робіт (184 найменування) і бібліографія робіт про нього (71 найменування за станом на 2017 р.). Біографічні відомості про М. П. Кравчуку, які наведено в [49], співпадають з відомостями, які наведено в [48]. Але в роботі [48] вказана точна дата і місце смерті М. П. Кравчука – 9 березня 1942, Колима. Відсутність відомостей щодо дати смерті М. П. Кравчука навіть винесено в назву книги. В [50], з посиланням на повідомлення Е. Кравчук, дружини М. П. Кравчука, названа дата і місце смерті – 1942 м. Магадан, інвалідне містечко (8 кілометр). У [51] наведено акт про поховання М. П. Кравчука:

«Мы, нижеподписавшиеся, деж. комендант т Кузнецов, начсанчасти т. Красовская Т. М. лагстароста з/к Борисов составили настоящий акт в том, что 13 Марта с/г погребен умерший 9 Марта з/к Кравчук Михаил Филиппович л. д. N 238943 зарыт на глубине 1,5 м головой на запад...», (*мову, орфографію та стилістику оригіналу збережено - прим. авторів*) В [50] сказано, що рішення про реабілітацію М. П. Кравчука 15 жовтня 1956 г. було оголошено його дружині. В [52] вперше після довгих років забуття згадано ім'я М. П. Кравчука. У найавторитетнішому математичному журналі [52] з'являється стаття з аналізом його математичних робіт, але про його трагічну долю не сказано ні єдиного слова. Докладніші відомості про життя і творчість М. П. Кравчука приведені в [54].

Слід зазначити, що М. П. Кравчук стояв біля витоків української наукової термінології [55, 56]. У різні часи життя його учнями були А. М. Люлька, С. П. Корольов, В. Н. Челомей. Для оточуючих М. П. Кравчук завжди залишався взірцем наукової добросовісності та громадянської мужності. Ім'я одного з його колег – В. Д. Соколова, в майбутньому професора, члена-кореспондент АН УРСР, занесене за порятунок київських євреїв в у часи Голокосту до списку «Праведників народів світу».

Авторам даного повідомлення приємно відзначити, що перша надрукована робота М. П. Кравчука була опублікована в Харкові [57], а робота [58] в співавторстві з Г. І. Дрінфельдом, який багато зробив для розвитку Харківської математичної школи і учнем якого мав щастя бути один з авторів даного повідомлення.

Так діяння Великих подібно до світла згаслих зірок доходять до нас і освітлюють наш шлях.

### Подяка

*Автори даної роботи щиро дякують д. е. н., проф. Г. М. Азаренкову за цінні зауваження при постановці задачі та участь в обговоренні отриманих результатів та Б. Г. Любарцева за велику допомогу в пошуку матеріалів щодо М. Дуліттла.*

### Висновки

1. В роботі показано, що посилення геополітичної нестабільності та вплив інших факторів тиску на стан економічних систем багатьох країн призводить до посилення вразливості їх фінансових систем. Внаслідок чого загальмувалось глобальне зрос-

тання, посилюється інфляційний тиск та економічна невизначеність.

2. Прийнято, що зміна у часі показників, які визначають стан фінансової системи, може бути представлена у вигляді регресійних многочленів.

3. В роботі наведено алгоритми обчислення коефіцієнтів регресійних многочленів Чебишова до п'ятого степеня включно та блок-схеми алгоритмів, що їх реалізують.

4. Наведено визначення пакету даних, його індексу та потоку даних.

5. Для порівняння якості многочленів Чебишова різних степенів введено поняття ланцюгового децилогу відносної похибки.

6. В роботі прийнято, що розбіжність індексів двох суміжних потоків означає порушення стабільності процесу. Момент порушення стабільності відповідає найбільшому номеру в парі пакетів, які порівнюють між собою.

7. Наведено блок-схему алгоритму та чисельний приклад використання методики, яку запропоновано в роботі.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Christopher F Baum, Madhavi Pundit, Arief Ramayandi. Capital Flows and Financial Stability in Emerging Economies. ADB economics working paper series. No. 522. October 2017. <https://www.adb.org/sites/default/files/publication/372256/ewp-522.pdf>
2. Borio, C and P Disyatat (2021): "Integrated policy frameworks: the constraints of policy horizons and adjustment frequencies", SUERF Policy Note, no 246, June.
3. Sula, Ozan, and Thomas. D. Willett. 2009. "The Reversibility of Different Types of Capital Flows to Emerging Markets." *Emerging Markets Review* 10 (4): 296-310.
4. Pruski, Jerzy, and Piotr Szpunar. 2008. "Capital Flows and Their Implications for Monetary and Financial Stability: The Experience of Poland." In *Financial Globalisation and Emerging Market Capital Flows*, pp. 403–421. BIS Papers No. 44, URL: <https://www.bis.org/publ/bppdf/bispap44u.pdf>.
5. Detection of signals and dynamical systems / Edited by M. Basseville and A. Benveniste. – Heidelberg.: Springer-Verlag, 1986. – 286 p.
6. Жиглявский А. А., Красовский А. Е. Обнаружение разладки случайных процессов в задачах радиотехники. Ленинград.: Изд. Ленинградского университета, 1988. – 224 с.
7. Горбань И. И. Статистическая устойчивость случайных процессов. / И. И. Горбань // Математичні машини і системи. 2015. №3. С. 100-110.
8. Лемешко Б. Ю, Веретельникова И. В. Критерии проверки гипотез о случайности и отсутствии тренда. Руководство по применению. Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2015. 122 с.
9. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 816 с.
10. В. Ю. Дубницький, О. І. Ходирев. Порівняльний аналіз відповідності гіпотез про статистичні властивості показників фондового ринку реальним спостереженням. *Бізнес Інформ*. 2013. №7. С. 97-104.
11. Кондрашова Н. В. Анализ случайности и степени гетерогенности временного ряда. Индуктивное моделирование складных систем. 2010, выпуск 2. С.90-100.
12. Денисов А. В., Филлимонов А. П. Использование информативных признаков для выявления момента нарушения стационарности случайного процесса. *Известия ВУЗОВ. ПРИБОРОСТРОЕНИЕ*. 2010. Т. 53, № 7 С. 13-17.
13. Химмельблау Д. Обнаружение и диагностика неполадок в химических и нефтехимических процессах. Л.: Химия, 1983. 352 с.
14. Швець О. В. Статистична оцінка якості контролю кредитного ризику банків України Глобальні та національні проблеми економіки, 2016. Вип. 11. веб-сайт. URL: <http://global-national.in.ua>.
15. Статистичний контроль. Контрольні карти Шухарта. (ISO 8258:1991, IDT). Київ: Держспоживстандарт України. 2003. 38 с.
16. Дубницький В. Ю., Ходирев О. І. Порівняльний аналіз відповідності гіпотез про статистичні властивості показників фондового ринку реальним спостереженням. *Бізнес Інформ*. 2013. № 7. С. 97-104.
17. Дубницький В. Ю. Последовательное обнаружение изменения вида регрессионного уравнения. *Информатика*. 1999. Вып.7. С.18-22.
18. Лук'яненко І. Г., Краснікова Л. І. Економетрика: Підручник. Київ: Товариство "Знання", КОО, 1998. 494 с.
19. Данилов Ю. А. Многочлены Чебышева. Минск: Вышэйша школа. 1984. 157 с.
20. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. Москва: «НАУКА». 1971. 576 с.
21. Львовский Е. Н. Статистические методы построения эмпирических формул. Москва: Высшая школа. 1988. 239 с.
22. Брановицкая С. В., Медведев Р. Б., Фиалков Ю. А. Вычислительная математика в химии и химической технологии Киев: Вища школа. 1986. 216 с.
23. Дорожко В. М. Ортогональные многочлены в моделях регрессии наблюдений, Математическое моделирование, 2003, том 15, номер 11, 45-50.
24. Nhan Nguyen, John Burken, Abraham Ishihara, [Least-Squares Adaptive Control Using Chebyshev Orthogonal Polynomials] *Journal of Aerospace Information Systems*, Published Online: 1 Jun 2012, URL: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.I010037>
25. Хотимский В. И. Выравнивание статистических рядов по методу наименьших квадратов (способ Чебышева). 2-е издание / В. И. Хотимский. – Москва: Госстатиздат, 1959. – 88 с.
26. Зельдин Е. А. Децибелы. Москва: «Энергия», 1977. 64 с.
27. Расвнєва О. В., Аксьонова І. В., Бровко О. І. Статистика: навчальний посібник. за заг. ред. д-ра екон. наук, професора О. В. Расвнєвої. Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2019. 389 с.

28. Azarenkova, G., Shkodina, I., Samorodov, B. and Babenko, M. (2018), [The influence of financial technologies on the global financial system stability], *Investment Management and Financial Innovation* 2018, 15(4), pp. 229-238.
29. Маршак С. Я. Собрание сочинений: в 8 т. Т. 5. Москва: Художественная литература 306 с.
30. Немчинов В. С. Полиномы Чебышева и математическая статистика. Москва: Сельскохозяйственная академия им. К. А. Тимирязева, 1946. 139 с.
31. H. R. Tolley and Mordecai Ezekiel (1927), [The Doolittle Method for Solving Multiple Correlation Equations Versus the Kelley-Salisbury "Iteration" Method] *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 22, No. 160 (Dec., 1927), pp. 497-500.
32. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. Москва: Диалектика, 2007, 911 с.
33. Белый Е. К. Символы и их творцы: учебное пособие для учащихся средних школ. Петрозаводск: Издательство Петрозаводского государственного университета, 2018. 70 с.
34. Вербицкий В. В., Реут В. В. Введение в численные методы алгебры: учебное пособие. Одесса: Одесский национальный университет имени И. И. Мечникова, 2015. 165 с.
35. Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов. Москва. Наука, 1986. 232 с.
36. Романовский В. И. Применение математической статистики в опытном деле. Москва: Издательство ОГИЗ, 1947. 247 с.
37. Никифоров А. Ф., Суслов С. К., Уваров В.В. Классические ортогональные полиномы дискретной переменной. Москва: Наука, 1985, 215с.
38. Кравчук М. П. Про інтерполяцію з допомогою ортогональних многочленів. Записки Київського сільськогосподарського інституту. 1929. Т. 4. С. 21-28.
39. Блюм В. А. Советская цензура в эпоху тотального террора (1929-1953). Санкт-Петербург: Академический Проект, 2000. 341 с.
40. Расстрельные списки : Москва, 1935-1953 : Донское кладбище, (Донской крематорий) : кн. памяти жертв полит. репрессий / [подгот. Комис. Правительства Москвы по восстановлению прав реабилитированных жертв полит. репрессий, Центр. архивом ФСБ РФ, Обществом "Мемориал" ; под. ред. Л. С. Ереминой, и А. Б. Рогинского]. – М. : О-во "Мемориал" : Звенья, 2005 (ОАО Тип. Новости). 596 с.
41. Кобзов В. С. В. И. Хотимский. Страницы политической биографии. Вестник Челябинского Университета. Серия: История. 1991, №1, с. 58-64.
42. Дитерихс М. К. Убийство царской семьи и членов Дома Романовых на Урале. Б. м.: Художественная литература, 2022. 251 с.
43. Прудникова Е. А. Секта. Свидетели убийства гражданина Романова. Москва: Изд. Алгоритм. 2021. 384 с.
44. Огієнко Іван. БІБЛІЯ АБО КНИГИ СВЯТОГО ПИСЬМА СТАРОГО І НОВОГО ЗАПОВІТУ ІЗ МОВИ ДАВНЬОСВРЕЙСЬКОЇ Й ГРЕЦЬКОЇ НА УКРАЇНСЬКУ НАНОВО ПЕРЕКЛАДЕНА 988-1988. ЮВІЛЕЙНЕ ВИДАННЯ з нагоди ТИСЯЧОЛІТТЯ ХРИСТИЯНСТВА В УКРАЇНІ. URL: [https://uk.wikisource.org/wiki/Біблія\\_\(ОГІЄНКО\)](https://uk.wikisource.org/wiki/Біблія_(ОГІЄНКО))
45. Хотимский В. И. / Большая советская энциклопедия. В 65 т. Главный редактор О. Ю. Шмидт. Т.60. Холангит – Цянь. Москва: Государственное словарно-энциклопедическое издательство «Советская Энциклопедия» ОГИЗ РСФСР, 1934 г. 800 кол.
46. Кольцов М. Избранные произведения в 3 т. Т. 1. Фельетоны и очерки. Москва: Государственное издательство художественной литературы, 1957 г. 595 с.
47. В. И. Хотимский. Против буржуазной эклектики в статистике. Борьба за материалистическую диалектику в математике. / Под редакцией Э. Кольмана. Москва: Государственное издательства научно – технической литературы. 342 с.
48. Академік Кравчук Михайло Пилипович : (1892-1942). 261 назва укр., рос. та інозем. мовами. Укладач: Луговська А. В. Київ: ДНТБ України, 2017. 25 с.
49. Урбанский В. М. Михаил Филиппович Кравчук, (1892-1942 (?). Москва: Наука, 2002. 203 с.
50. Ніколасва Н. Б. Репресований вчений-математик, академік АН УРСР Кравчук Микола Пилипович (1892-1942 рр.). Молодий вчений. 2016. № 9 (36). С.170-176.
51. Унгурия О. В лагере на Колыме академик Михаил Кравчук сделал важнейшее математическое открытие, запись о котором... Бесследно исчезла: веб сайт. URL: <https://fakty.ua/ru/91036-v-lagere-na-kolyme-akademik-mihail-kravchuk-sdelal-vazhnejshee-matematicheskoe-otkrytie-zapis-o-kotorom-bessledno-ischezla>
52. Кравчук Михаил Филиппович [Биобиблиография] // Математика в СССР за сорок лет. 1917-1957 : в 2-х томах. Москва: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1959. Т. 2 : Биобиблиография. 1959. С. 341-344.
53. Добровольский В. А. Выдающийся украинский математик Михаил Филиппович Кравчук (к 75-летию со дня рождения). Успехи математических наук. 1968. Т. 23. Вып. 4. С. 236-239.
54. Кравчук Михайло Пилипович [Біографія] // Історія Академії наук Української РСР. Київ.: Наук. думка, 1982. С. 689.
55. Проект алгебричної (так в тексті-прим. авторів) термінології. Київ : Вид-во Т-ва шкільної освіти, 1917. 8 с.
56. Проект геометричної термінології. Київ: Вид-во Т-ва шкільної освіти. 1917. 15 с.
57. Кравчук М. П. О группах перестановочных матриц. Сообщения Харьковского математического общества. Сер. 2. 1914. Т. 14. С. 169-176.
58. Качановський І. Гайдей В. Розвиток математичних ідей Михайла Кравчука. Київ ; Нью-Йорк, 2004. 780 с.
59. М. Кравчук, Г. Дрінфельд. Вступ до вищої математики : посібник для технікумів, вищих шкіл та самоосвіти. Вид-во ВУАН, 1932. 196 с.
60. Баштова Л. С. Професор Юрій Соколов — праведник народів світу та вчений зі світовим ім'ям (До 115-річчя з дня народження Ю. Д. Соколова)/ Сторінки історії : збірник наукових праць. 2012. Вип. 33. С. 147-161.

## References

1. Christopher F Baum, Madhavi Pundit and Arief Ramayandi (2017) [Capital Flows and Financial Stability in Emerging Economies] *ADB economics working paper series*. No. 522. <https://www.adb.org/sites/default/files/publication/372256/ewp-522.pdf>.
2. Borio, C and P Disyatat (2021): [Integrated policy frameworks: the constraints of policy horizons and adjustment frequencies], *SUERF Policy Note*, no 246, June.
3. Sula, Ozan, and Thomas. D. Willett. (2009). [The Reversibility of Different Types of Capital Flows to Emerging Markets.] *Emerging Markets Review* 10 (4): 296-310.
4. Pruski, Jerzy, and Piotr Szpunar. (2008) [Capital Flows and Their Implications for Monetary and Financial Stability: The Experience of Poland] *In Financial Globalisation and Emerging Market Capital Flows*, 403–84. BIS Papers No. 44, URL: <https://www.bis.org/publ/bppdf/bispap44u.pdf>.
5. [DETECTION OF SIGNALS AND DYNAMICAL SYSTEMS] (1986). Edited by M. Basseville and A. Benveniste/ Heidelberg.: Springer-Verlag. 286 p.
6. Zhiglyavsky A. A., Krasovsky A. E. (1988) “Obnaruzhenie razladki sluchajnyh processov v zadachah radiotekhniki” [Detection of disorder of random processes in problems of radio engineering], Leningrad University Press, Leningrad, 224 p.
7. Gorban' I. I. (2015) “Statisticheskaja ustojchivost' sluchajnyh processov” [Statistical stability of random processes], *Mathematical Mashines and Systems*, No.3, pp. 100-110.
8. Lemesheko B. Ju. and Veretelnikova I. V. (2015) “Kriterii proverki gipotez o sluchajnosti i otsutstvii trenda. Rukovodstvo po primeneniju” [Criteria for testing hypotheses about randomness and the absence of a trend. Application guide], Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, 122 p.
9. Kobzar. A. I. (2006), “Prikladnaja matematicheskaja statistika. Dlja inzhenerov i nauchnyh rabotnikov” [Applied Mathematical Statistics. For engineers and scientists], FIZMATLIT, Moscow, 816 p.
10. Dubnytskyi V. Yu. and Khodyriev O. I. (2013) “Porivnialnyi analiz vidpovidnosti hipotez pro statystychni vlastyivosti pokaznykiv fondovoho rynku realnym sposterezheniam” [Comparative analysis of the correspondence of hypotheses about the statistical properties of stock market indicators to real observations], *Business Inform*, No.7, pp. 97-104.
11. Kondrashova N. V. (2010) “Analiz sluchajnosti i stepeni geterogennosti vremennogo rjada” [Analysis of randomness and degree of time series heterogeneity] *Inductive modeling of folding systems*. 2010, No. 2. pp. 90-100.
12. Denisov A. V. and Filimonov A. P. (2010) “Ispol'zovanie informativnyh priznakov dlja vyjavlenija momenta narushenija stacionarnosti sluchajnogo processa” [Use of informative features to identify the moment of violation of the stationarity of a random process], *Proceedings of universities. INSTRUMENT MAKING*. Vol. 53, No.7, pp.13-17.
13. Himmelblau, D. M. (1978), [Fault detection and diagnosis in chemical and petrochemical processes], Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 1978.
14. Shvets O. V. (2016), “Statystychna otsinka yakosti kontroliu kredytnoho ryzyku bankiv Ukrainy” [Statistical assessment of the ability to control the credit risk of banks in Ukraine] Electronic resource: Global and national problems of the economy, No. 11. Log access mode. : <http://global-national.in.ua/> (accessed 30 August 2022)
15. “Statystychnyi kontrol. Kontrolni karty Shukharta (2003) (ISO 8258:1991, IDT). [Statistical control. Shewhart control charts. (ISO 8258:1991, IDT)], DERZHSPOGIVSTANDART OF UKRAINE, Kyiv, 38 p.
16. Zakhochai V. B. and Chorny A. Yu. (2005), “Statystychni zabezpechennia upravlinnia yakistiu : Navchalnyi posibnyk” [Statistical security of quality management: Heading guide], Center for Primary Literature, Kyiv. 340 p.
17. Dubnitsky V. Yu. (1999) “Posledovatel'noe obnaruzhenie izmenenija vida regressiionnogo uravnenija” [Sequential detection of changes in the form of the regression equation], *Collection of scientific works: Kharkiv Military University*, Issue 7. pp. 18-22.
18. Lukyanenko I. G. and Krasnikova L. I. (1998) “Ekonometryka: Pidruchnyk” [Econometrics: Textbook], Kyiv, Tovarystvo "Znannja", KOO, 494 p.
19. Danilov Ju. A. (1984) “Mnogochleny Chebysheva” [Chebyshev polynomials], Vyshhejsja shkola, Minsk, 157 p.
20. Mitropolsky A. K. (1971) *Technique of statistical calculation*, "NAUKA" Moscow: 1971. 576 p.
21. Lvovskiy E. N. (1988) “Statisticheskie metody postroenija jempiricheskikh formul” [Statistical methods for constructing empirical formulas], Vysshaya shkola, Moscow, 239 p.
22. Branovickaja S. V., Medvedev R. B. and Fialkov Ju. A. (1986), “Vychislitel'naja matematika v himii i himicheskoi tehnologii” [Computational mathematics in chemistry and chemical technology], Vishha shkola, Kyiv, 216 p.
23. V. M. Dorozhko (2003), “Ortogonal'nye mnogochleny v modeljah regressii nabljudenij” [Orthogonal polynomials in observed regression models], *Mathematical Models and Computer Simulations*, No.11(15), pp. 43-50.
24. Nhan Nguyen, John Burken and Abraham Ishihara, (2012) [Least-Squares Adaptive Control Using Chebyshev Orthogonal-Polynomials], *Journal of Aerospace Information Systems*, Published Online:1 Jun 2012, <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.1010037>
25. Khotimsky V. I. (1959), “Vyravnivanie statisticheskikh rjadov po metodu naimen'shikh kvadratov (sposob Chebysheva). [Alignment of statistical series by the least squares method (Chebyshev method). 2nd edition], Gosstatizdat, Moscow, 88 p.
26. Zeldin E. A. (1977), “Decibely” [Decibels], «Jenergija», Moscow, 64 p.
27. Raevneva O. V., Aksyonova I. V. and Brovko O. I. “Statystyka: navchalnyi posibnyk. Za zah. red. d-ra ekon. nauk, profesora O. V. Raevnievoi” [Statistics: a study guide. in general ed. Dr. Econ. Sciences, Professor O. V. Raevneva], HNEU named after S. Kuznetsia, Kharkiv, 389p.
28. Azarenkova, G., Shkodina, I., Samorodov, B. and Babenko, M. (2018), [The influence of financial technologies on the global financial system stability], *Investment Management and Financial Innovation*. 2018, 15(4), pp. 229–238.
29. Marshak S. Ya. (1975), “Sobraniye sochineniy: v 8 t. T.5.” [Collected works: in 8 volumes. V.5.], Khudozhestvennaya literatura, Moskva, 306 p.
30. Nemchinov V. S. (1946), “Polinomy Chebysheva i matematicheskaya statistika” [Chebyshev polynomials and mathematical statistics,], Agricultural Academy, Moskva, 139 p.

31. H. R. Tolley and Mordecai Ezekiel (1927), [The Doolittle Method for Solving Multiple Correlation Equations Versus the Kelley-Salisbury "Iteration" Method] *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 22, No. 160 (Dec., 1927), pp. 497-500.
32. Draper N., Smith G. (2007), "Priladnoy regressionnyy analiz" [Applied regression analysis], Dialectika, Moscow, 911 p.
33. Bely E. K. (2018), "Simvoly i ikh tvorsty: uchebnoye posobiye dlya uchashchikhsya srednikh shk" [Symbols and their creators: a textbook for secondary school students], Petrozavodsk State University Press, Petrozavodsk, 70 p.
34. Verbitsky V. V., Reut V. V. (2015), "Vvedeniye v chislennyye metody algebr: uchebnoye posobiye" [Introduction to numerical methods of algebra: textbook], Odessa National University named after I. I. Mechnikov, Odessa, 165 p.
35. Lawson Ch. and Henson R. (1986), "Chislennoye resheniye zadach metoda naimen'shikh kvadratov" [Numerical solution of problems of the method of least squares], Nauka, Moscow, 232 p.
36. Romanovsky V. I. (1947), "Primeneniye matematicheskoy statistiki v opytnom dele" [Application of mathematical statistics in experimental work], OGIZ Publishing House, Moscow, 247 p.
37. Nikiforov A. F., Suslov S. K. and Uvarov V. V. (1985), "Klassicheskiye ortogonal'nyye polinomy diskretnoy peremennoy" [Classical orthogonal polynomials of a discrete variable], Nauka, Moscow, 1985, 215 p.
38. Kravchuk M. P. (1929), "Pro interpoljaciju z dopomoghoju ortogonalnykh mnogochleniv" [On interpolation using orthogonal polynomials], *Notes of the Kyiv Agricultural Institute*. Vol. 4. P. 21-28.
39. Blyum V. A. (2000), "Sovetskaya tsenzura v epokhu total'nogo terrora (1929-1953)" [Soviet censorship in the era of total terror (1929-1953)], Academic Project, St. Petersburg, 341 p.
40. Rasstrel'nye spiski : Moskva, 1935-1953 : Donskoe kladbishhe, (Donskoj krematorij) : kn. pamjati zhertv polit. Repressij (2005). ([podgot. Komis. Pravitel'stva Moskvyy po vosstanovleniju prav reabilitirovannyh zhertv polit. repressij, Centr. arhivom FSB RF, Obshhestvom "Memorial"; pod. red. L. S. Ereminoj, i A. B. Roginskogo]. – M.: O-vo "Memorial" : Zven'ja, (OAO Tip. Novosti). Execution lists: Moscow, 1935-1953: Donskoy cemetery, (Donskoy crematorium): book memory of the victims of polit. repression / [prepared. Komis. Government of Moscow to restore the rights of rehabilitated victims of polit. repression, (2005), Center. the archive of the FSB of the Russian Federation, the Memorial Society; under. ed. L. S. Eremina, and A. B. Roginsky]. – M.: O-vo "Memorial": Links, (OAO Type. News). 596 p.
41. Kobzov V. S. (1991), "Stranitsy politicheskoy biografii" [V. I. Khotimsky. Pages of political biography] *Bulletin of the Cheljabinsk University*. Series: History. No. 1 pp. 58-64.
42. Diterikhs M. K. (2022), "Ubiystvo tsarskoy sem'i i chlenov Doma Romanovykh na Urale" [The murder of the royal family and members of the Romanov dynasty in the Urals] *Khudozhestvennaya literatura*, 251 p.
43. Prudnikova E. A. (2021), "Sakta. Svideteli ubiystva grazhdanina Romanova" [Sect. Witnesses to the murder of citizen Romanov], Ed. Algorithm, Moscow, 384 p.
44. Ohiienko Ivan. "BIBLIJA ABO KNYHY SVIATOHO PYSMA STAROHO I NOVOHO ZAPOVITU IZ MOVY DAVNOIEVREISKOI Y HRET'SKOI NA UKRAINSKU NANOVO PEREKLADENA 988-1988. YuVILEINE VYDANNIA z nahody TYSIACHOLITTA KhRYSTYIANSTVA V UKRAINI" [BIBLIJA ABO KNYHY SVIATOHO PYSMA STAROHO I NOVOHO ZAPOVITU IZ MOVY DAVNOIEVREISKOI Y HRET'SKOI NA UKRAINSKU NANOVO PEREKLADENA 988-1988. YuVILEINE VYDANNIA z nahody TYSIACHOLITTA KhRYSTYIANSTVA V UKRAINI]. URL: [https://uk.wikisource.org/wiki/Biblija\\_\(OHIIENKO\)](https://uk.wikisource.org/wiki/Biblija_(OHIIENKO)) (accessed 12 October 2022)
45. Khotimskiy V. I. "Bol'shaya sovetskaya entsiklopediya. V 65 t./ Glavnyy redaktor O. Yu. Shmidt. T.60. Kholangit – Tsyau." (1934), [Great Soviet Encyclopedia. In 65 volumes. Editor-in-Chief O. Yu. Schmidt. Vol. 60. Cholangitis – Qian], State Dictionary and Encyclopedic Publishing House "Soviet Encyclopedia" OGIZ RSFSR Moscow, 800 Column.
46. Koltsov M. (1957), "Izbrannye proizvedeniya v 3 t. T.1. Fel'etony i ocherki" [Selected works in 3 volumes. T.1. Feuilletons and essays], State publishing house of fiction, Moscow, 595 p.
47. V. I. Khotimsky (1932) "Protiv burzhuaznoy eklektiki v statistike. Bor'ba za materialisticheskuyu dialektiku v matematike. / Pod redaktsiyey E. Kol'mana" [Against bourgeois eclecticism in statistics. The struggle for materialistic dialectics in mathematics. / Edited by E. Kolman], State publishing house of scientific and technical literature, Moscow, 342 p.
48. Compiler: Lugovska A. V. (2017), "Akademik Kravchuk Mykhailo Pylypovych (1892-1942). 261 nazva ukr., ros. ta inozem. movamy. Ukladach: Luhovska A" [Academician Mykhailo Pylypovich Kravchuk: (1892-1942), 261 names in Ukrainian, Russian and foreign languages], DNTB of Ukraine, Kyiv, 25 p.
49. Urbansky V. M. (2002), "Mihail Filippovich Krauk, (1892 – 1942(?))" [Mikhail Filippovich Kravchuk, (1892 – 1942 (?))], Nauka, Moscow, 203 p.
50. Nikolaeva N. B. (2016), "Represovanyi vchenyi-matematyk, akademik AN URSS Kravchuk Mykola Pylypovych (1892-1942 rr.)" [Repressed mathematician, academician of the Academy of Sciences of the Ukrainian SSR Kravchuk Mykola Pilipovich (1892-1942)], *Molodyi vchenyi*, No. 9 (36). pp. 170-176.
51. Unhurian O. (2022), "V lahery na Kolyme akademik Mykhayl Kravchuk sdela vzhneishee matematicheskoe otkrytie, zapys o kotorom... Bessledno yschezla" [In the camp on Kolyma, academician Mikhail Kravchuk made the most important mathematical discovery, the record of which... Disappeared without a trace], URL: <https://fakty.ua/ru/91036-v-lagere-na-kolyme-akademik-mihail-kravchuk-sdelal-vzhneishee-matematicheskoe-otkrytie-zapis-o-kotorom-bessledno-yschezla/>
52. Kravchuk Mikhail Filippovich [Biobibliography] (1959), "Matematika v SSSR za sorok let. 1917-1957 : v 2-h tomah" [Mathematics in the USSR for forty years. 1917-1957: in 2 volumes] Moscow: State. Publishing House of Phys.-Math. literature, 1959. Moscow. : pp. 341-344.
53. V. A. Dobrovolsky (1968), "V. Kravchuk (k 75-letiju so dnja rozhdenija)" [Outstanding Ukrainian mathematician Mikhail Filippovich Kravchuk (on his 75th birthday)], *Uspehi matematicheskikh nauk*, Vol. 23, No. 4, pp. 236-239.
54. "Kravchuk Mykhailo Pylypovych Biohrafija / Istoriia Akademii nauk Ukrainskoi RSR." [Mykhailo Pylypovych Kravchuk [Biography] / History of the Academy of Sciences of the Ukrainian SSR], (1982), Naukova dumka, Kyiv. 689 p.
55. "Proekt alhebraichnoi terminolohii" [Project of algebraic terminology], (1917), Vydavnytstvo Tovarystva shkilnoi osvity, Kyiv, 8 p.

56. "Proekt gheometrychnoji terminologhiji", [Geometric terminology project], (1917), Vydavnytstvo Tovarystva shkilnoi osvity, Kyiv, 8 p.
57. Kravchuk M. P. (2014), "O gruppakh perestanovochnykh matrits" [On groups of permutation matrices] [On groups of permutation matrices] *Communications of the Kharkov Mathematical Society*. Ser. 2. Vol. 14, pp. 169-176.
58. Kachanovsky I. and Hyday V. (2004), "Rozvytok matematychnykh idej Mykhajla Kravchuka" [Development of mathematical ideas by Mikhail Kravchuk], Kyiv ; New York, 780p.
59. M. Kravchuk and H. Drinfeld (1932), *Introduction to higher mathematics: a guide for technical schools, higher schools and self-education*, VUAN Publishing House, 132 p.60. 60. Bashtova L. S. (2012), "Profesor Jurij Sokolov – pravednyk narodiv svitu ta vchenyj zi svitovym im'jam (Do 115-richchja z dnja narodzhennja Ju. D. Sokolova)" [Yuriy Sokolov is a righteous man of the nations of the world and a scientist with a world name (To the 115th anniversary of Yu. D. Sokolov's birth)], *Pages of history: a collection of scientific papers*. Issue 33. pp. 147-161.
60. Bashtova L. S. (2012), "Profesor Jurij Sokolov – pravednyk narodiv svitu ta vchenyj zi svitovym im'jam (Do 115-richchja z dnja narodzhennja Ju. D. Sokolova)" [Yuriy Sokolov is a righteous man of the nations of the world and a scientist with a world name (To the 115th anniversary of Yu. D. Sokolov's birth)], *Pages of history: a collection of scientific papers*. Issue 33. pp. 147-161.

Received (Надійшла) 27.07.2022

Accepted for publication (Прийнята до друку) 19.10.2022

#### ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ / ABOUT THE AUTHORS

**Гадецька Світлана Вікторівна** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, Харків, Україна;

**Svitlana Gadetska** – PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Associate Professor of Department of Higher Mathematics of Kharkiv National Automobile and Highway University, Kharkiv, Ukraine;

e-mail: [svgadetska@ukr.net](mailto:svgadetska@ukr.net); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-2363>.

**Дубницький Валерій Юрійович** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник Харківського навчально-наукового інституту "Каразінський банківський інститут" Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна, Харків, Україна;

**Valeriy Dubnitskiy** – PhD in Engineering Senior Researcher Senior Researcher of "Karazin Banking Institute" of V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine;

e-mail: [dubnitskiy@gmail.com](mailto:dubnitskiy@gmail.com); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1924-4104>.

**Ходирєв Олександр Іванович** – старший викладач Харківського навчально-наукового інституту "Каразінський банківський інститут" Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна, Харків, Україна;

**Alexander Khodyrev** – Senior Lecturer of "Karazin Banking Institute" of V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine;

e-mail: [khodyrevmjk3758@gmail.com](mailto:khodyrevmjk3758@gmail.com); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9871-9440>.

**Кушнерук Юрій Іонович** – кандидат технічних наук, доцент, доцент Інституту цивільної авіації Харківського національного університету Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна;

**Yuri Kushneruk** – Candidate of Technical Sciences Associate Professor, Senior Lecturer Civil Aviation Institute of Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University, Kharkiv, Ukraine;

e-mail: [kyshneryk\\_ui@ukr.net](mailto:kyshneryk_ui@ukr.net); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5844-7137>.

**Шкодінна Ірина Віталіївна** – доктор економічних наук, професор, професор кафедри міжнародного бізнесу та економічної теорії Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, Харків, Україна;

**Iryna Shkodina** – Doctor of Science in Economics, Professor (Full), professor of International Business and Economic Theory Department, V. N. Karazin Kharkiv National University;

e-mail: [iryna.shkodina@karazin.ua](mailto:iryna.shkodina@karazin.ua); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4035-3188>.

#### Excel-oriented calculator for financial flows stability diagnostics under batch data processing by chebyshev polynomials

Svitlana Gadetska, Valeriy Dubnitskiy, Alexander Khodyrev, Yuri Kushneruk, Iryna Shkodina

**Abstract. Purpose of work.** Development of algorithms and software support of EXCEL-oriented methods for arraying of regression equations, using Chebyshev polynomials. **Results.** The work shows how aggravating geopolitical instability and effect of other pressure factors on the condition of economic systems in numerous countries leads to severe vulnerability of their financial systems. The result is slowing down of world economic growth, accelerated inflation pressure and business uncertainty. Under these circumstances the diagnostics of changes in directions, amounts, rates, regularity of business financial flows becomes quite important. Temporal variation of financial system influential parameters may be presented in the form of regression polynomials. In the present work Chebyshev polynomials were applied for their determination. This method was implemented in software products whose usage is limited by licensing restrictions. Therefore, the development of EXCEL-oriented software product applicable to formulation of regression equations using Chebyshev polynomials may be considered an urgent task. The work specifies calculation algorithms for Chebyshev regression polynomials up to fifth power inclusive, as well as transcribes block diagrams of their implementing algorithms. The determination of data packet, its index and data flows are also described. In order to compare the quality of Chebyshev polynomials in different powers a concept was introduced of relative error chain decilog. The work assumes that any discrepancy between indices of two adjacent flows means violation of process stability. The moment of stability violation corresponds to the highest number in pair of packets. Algorithm block diagram and numerical application example of our proposed method are shown.

**Keywords:** Chebyshev regression polynomials; data packet; data flow; decibels; decilogs; relative error chain decilog.