

Г. М. Хорошун

Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля, Северодонецьк, Україна

МЕТОД ОПИСУ ЯВИЩА ДИФРАКЦІЇ ЗА СУКУПНІСТЮ ТОПОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ ТА АЛГОРИТМ РОЗРІЗНЯННЯ МІНІМУМУ ВІД НУЛЯ ІНТЕНСИВНОСТІ

Анотація. В роботі розроблено метод опису явища дифракції по сукупності топологічних об'єктів за допомогою системного аналізу. Топологічними об'єктами дифракційного поля є максимум, мінімум і нуль інтенсивності, що тотожній фазовій сингулярності або оптичному вихору. Розглянуто математичне представлення топологічних об'єктів, визначення яких у полі проводиться стандартними методами пошуку екстремуму функції. Розроблено алгоритм розрізнення мінімуму та нуля інтенсивності на експериментальних зображеннях, завдяки чому виникла можливість класифікації дифракційних зображень за кількістю оптичних фазових сингулярностей без додаткового інтерференційного аналізу. Для підвищення швидкості аналізу отриманих даних розглянуто метод сегментації зображення. Застосування отриманих результатів та рекомендацій можливе в різних областях медицини і техніки, в яких використовується лазерне випромінювання.

Ключові слова: дифракція; топологічні об'єкти; ідентифікація; сегментація.

Постановка та аналіз проблеми

Дифракційні явища спостерігаються, як перерозподіл інтенсивності в результуючому оптичному полі, внаслідок проходження світла крізь оптичні фазові елементи, діафрагми та середовища. Існує декілька підходів до опису дифракції, основними з яких є розв'язок хвильового рівняння диференційними методами з використанням рівняння Леонтовича [1] та інтегральним методом із застосуванням рівняння Кірхгофа та його модифікацій [2]. Стандартним методом вивчення дифракції є визначення інтенсивності та фази результуючого поля з подальшим аналізом їх еволюції у просторі. Розподіл інтенсивності дифрагovanого поля використовується для формування певної структури об'єкта лазером в задачах техніки та медицини [3].

Якщо подивитись на сукупність дифракційних зображень, отриманих для різних джерел світла: плоска хвиля, сферична хвиля, Лагер-Гаусові пучки, пучки Куммера та інші, що проходили крізь апертури або фазові елементи, то можна побачити, що на всіх дифракційних картинах присутні такі топологічні об'єкти, як максимуми, мінімуми та нулі інтенсивності, якими можна достатньо повно описати отримане зображення. Екстремуми типу максимум та мінімум добре відомі, а нуль інтенсивності ще має назву фазова сингулярність та оптичний вихор [4]. Він формується в полі як дуже стійка структура до зовнішніх збурень та має унікальні властивості щодо маркування світлових пучків та захоплення світлопоглинаючих мікрочастинок [5].

Існують різні методи розпізнавання об'єктів на зображеннях: за геометричною відповідністю розподілів точок, що належать об'єкту в геометричних фігурах [6], за асоціативною пам'яттю і скалярному критерію [7], засобами штучного інтелекту [8,9]. Основними задачами роботи є розробка методу опису явища дифракції по сукупності топологічних об'єктів за допомогою системного аналізу та методу розрізнення мінімуму та нуля інтенсивності (фазової сингулярності) на дифракційному зображенні.

Результати досліджень

Метод опису дифракції поля. Розглянемо модель дифракції з точки зору системного аналізу. Формально опис явища дифракції представимо кортежем:

$$D = \left\langle \left\{ K \right\}, \left\{ p_l^K \right\}_{l=1}^6, \left\{ T \right\}, \left\{ p_m^T \right\}_{m=1}^6, \left\{ A \right\}, \left\{ p_b^A \right\}_{b=1}^6, \left\{ C \right\}, \left\{ p_d^C \right\}_{d=1}^6, \left\{ O \right\}, \left\{ p_f^O \right\}_{f=1}^3 \right\rangle, \quad (1)$$

де $\{K\}$ – множина «поле в площині джерел»,

$\{p_l^K\}_{l=1}^6$ – множина параметрів, що є ознаками поля в площині джерел;

$\{T\}$ – множина «оптичний елемент в площині

джерел», $\{p_m^T\}_{m=1}^6$ – множина параметрів, що є ознаками оптичного елемента в площині джерел;

$\{A\}$ – множина «теоретичне зображення диф-

ракційної картини», $\{p_b^A\}_{b=1}^6$ – множина параметрів, що є ознаками зображення, отриманого за допомогою теоретичного розрахунку;

$\{C\}$ – множина «експериментальне зображення дифракційної картини», $\{p_d^C\}_{d=1}^6$ – множина параметрів, що є ознаками експериментальне зображення;

$\{O\}$ – множина «якість експериментального зображення», $\{p_f^O\}_{f=1}^3$ – множина параметрів, що є ознаками якості експериментального зображення.

Множина «поле в площині джерел» $\{K\}$ має таку множину параметрів $\{p_l^K\}_{l=1}^6$:

- p_1^K – номер сегменту максимуму,
- p_2^K – висота максимуму,
- p_3^K – номер сегменту мінімуму,
- p_4^K – висота максимуму,
- p_5^K – номер сегменту сингулярності,
- p_6^K – кількість сегментів.

Множини $\{A\}$ та $\{C\}$ мають подібний набір параметрів до $\{K\}$ відповідно для дифракційного розрахункового та експериментального зображень. Стандартний метод обробки зображення включає в себе роботу з матрицею значень інтенсивності кількості яких відповідає кількості пікселів ПЗС-камери, яка використовувалась при реєстрації картини. Визначення шумів, контрасту та індексу структурної схожості є основними параметрами аналізу якості зображення [10]. Множина $\{O\}$ містить параметри що є ознаками якості експериментального зображення:

- p_1^O – співвідношення сигнал/шум,
- p_2^O – контраст зображення,
- p_3^O – індекс структурної схожості.

Розглянемо розподіл інтенсивності початкового поля, як моди Лагера-Гауса, нижня половина якого перекрита фазовою пластинкою висотою в π (рис. 1, а). Першим кроком роботи з зображенням є проведення його сегментації. Спочатку треба визначити розміри всього зображення з шириною A та висотою B та розміри топологічних об'єктів, що є на зображенні. Характерний розмір топологічного об'єкта приблизно дорівнює за шириною $(a \pm \Delta a)$ та за висотою $(b \pm \Delta b)$, як показано на рис. 1, а. Тобто сегментацію зображення пропонується проводити прямокутниками зі сторонами a та b з відповідною кількістю прямокутників $N = n_1 \times n_2$, де $n_1 = A/a$ та $n_2 = B/b$, $n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$.

В приведеному прикладі на (рис. 2, b) $n_1 = 5$, $n_2 = 6$, $N = 30$. Якщо топологічний об'єкт знаходиться на лінії сегмента, то існує вірогідність того, що він не буде врахований. Для цього випадку є два варіанти розв'язку: перший - зсунути сітку сегментації на величину $\Delta x, \Delta y$ в межах похибки $\Delta a, \Delta b$ та другий збільшити кількість сегментів n_1 або n_2 на один.

Можна визначити сукупність параметрів для дифракційного явища з зображенням на рис. 1, а, яке містить сингулярний пучок та оптичний елемент у вигляді фазової пластинки з краєм вздовж осі X . Зображення має рівні сторони, тому розділимо його на однакову кількість сегментів по осям x та y , всього 25 прямокутників. Для того щоб показати неперервність топологічного об'єкта в просторі використаний елемент стрілочка, напрям якої вказує з яким наступним елементом поєднується попередній.

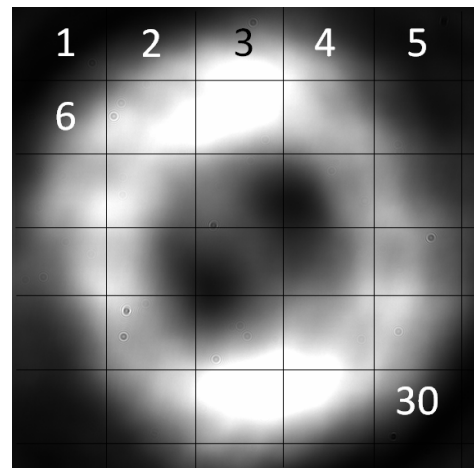
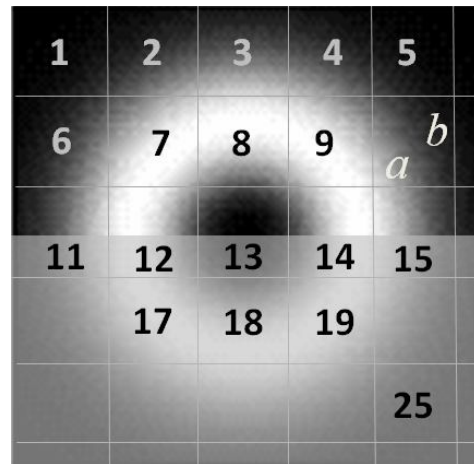


Рис. 1. Початкове поле в площині джерел – сингулярний пучок та фазова π -пластинка в нижній напівплощині (а) дифракційна картина в площині спостереження (b)

Сингулярний пучок містить осьовий нуль інтенсивності та кільце максимуму.

$$\begin{aligned} \{p_1^K\} &= \{7 \rightarrow, 8 \rightarrow, 9 \downarrow, 14 \downarrow, 19 \leftarrow, 18 \leftarrow, 17 \uparrow, 12 \uparrow\}, \\ \{p_2^K\} &= \{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}, \\ \{p_5^K\} &= \{13\}, \\ \{p_6^K\} &= \{25\}. \end{aligned}$$

Висота фази пластинки в π є тим стрибком, що сприятиме утворенню фазової сингулярності, тому ми позначаємо зону стрибка, як таку, що містить топологічний об'єкт.

$$\begin{aligned} \{p_5^T\} &= \{11 \rightarrow, 12 \rightarrow, 13 \rightarrow, 14 \rightarrow, 15\}, \\ \{p_6^T\} &= \{25\}. \end{aligned}$$

Результуюче дифракційне поле (рис. 1b) втратило свою симетрію і є доречним розділити його на 30 сегментів. Воно містить декілька максимумів та дві фазових сингулярності.

$$\{p_1^C\} = \{7 \rightarrow, 8, 12, 15, 17, 25, 28 \rightarrow, 29\},$$

$$\begin{aligned} \{p_2^C\} &= \{255, 255, 250, 230, 190, 220, 255, 255\}, \\ \{p_1^O\} &= \{128\}, \\ \{p_2^O\} &= \{0.98\}. \end{aligned}$$

Метод ідентифікації топологічних об'єктів на дифракційній картині. Ідентифікація топологічних об'єктів у полі дозволяє відновити дифракційну структуру поля без повного розрахунку дифракційного інтегралу та застосовувати цю інформацію в прикладних задачах.

Сутність задачі визначення об'єкту зводиться до ідентифікації топологічних об'єктів в площині ХУ по тотожності невідомого об'єкта відомому на підставі збігу ознак. Розглянемо ознаки, які дозволяють визначити наявність топологічного об'єкту та його тип на дифракційному зображенні.

Якщо в деякому δ -околі точки $C(x_1, y_1)$ виконано нерівність $I(x, y) < I(x_1, y_1)$, то кажуть, що функція $z = I(x, y)$ має максимум в точці $C(x_1, y_1)$. При цьому точка $C(x_1, y_1)$ називається точкою максимуму, а відповідне значення функції $I(x_1, y_1)$ – «висотою» максимуму.

Якщо в деякому δ -околі точки $M(x_2, y_2)$ виконано нерівність $I(x, y) > I(x_2, y_2)$, то кажуть, що функція $z = I(x, y)$ має мінімум в точці $M(x_2, y_2)$. При цьому точка $M(x_2, y_2)$ називається точкою мінімуму,

а відповідне значення функції $I(x_2, y_2)$ – «висотою» мінімуму.

Якщо мінімум інтенсивності в точці $S(x, y)$ дорівнює нулю, то амплітуда поля $A(x, y) = 0$, тоді реальна та уявна частини амплітуда поля

$$A(x, y) = \text{Re}(A(x, y)) + i \cdot \text{Im}(A(x, y))$$

теж дорівнюють нулю.

Фаза в точці визначається як

$$\Phi(x, y) = \text{Im}(A(x, y)) / \text{Re}(A(x, y)).$$

Тобто для нульового значення інтенсивності з нульовою висотою, фаза буде невизначена і в точці $S(x, y)$ спостерігається фазова сингулярність.

Отже, фазова сингулярність має такі властивості:

- на розподілі інтенсивності – нульове значення;
- на фазовій карті – точку з невизначеністю або сингулярністю фази;
- є елементом зображення, що має темну серцевину характерної форми;
- в дифрагованому полі свідчить про наявність в початковому полі значного стрибка фази та/або амплітуди.

Метод розрізнення мінімуму та фазової сингулярності. Розглянемо дифракційне зображення на рис.2, а, що містить максимуми, мінімуми та нулі інтенсивності.

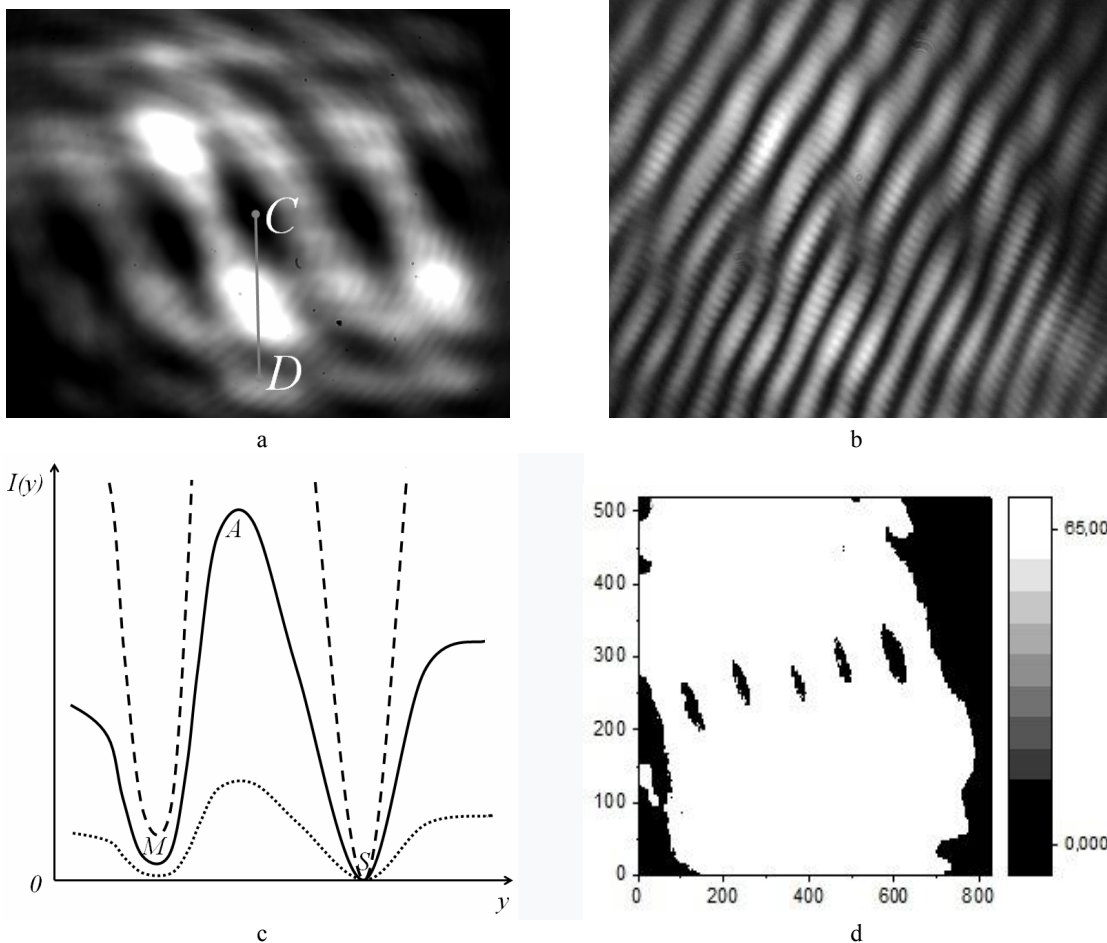


Рис. 2. Експериментальна дифракційна картина (а) та її інтерференція з гаусовим пучком (б); схематичний вид інтенсивності в перетині дифракційного зображення (с) вздовж лінії CD; дифракційна картин з розподілом інтенсивності розтягнутим в 10^3 раз (д)

Для того, щоб дати однозначну відповідь чи є темна пляма мінімумом інтенсивності чи нулем необхідно провести додатковий експеримент та зареєструвати інтерференційну картину з плоскою хвилею (рис. 2, b) на якій місце локалізації фазової сингулярності визначається по областях розгалуження інтерференційних смуг.

На рис. 2, b видно, що спостерігається п'ять фазових сингулярностей, розташованих вздовж осі x .

Всі інші темні плями на зображенні є мінімумами.

Не завжди існує можливість зробити інтерферограму у зв'язку з відсутністю місця в схемі для розташування додаткового оптичного елемента для отримання референтного променя, а також в тому випадку коли вже не має можливості відтворити цей експеримент і в наявності є лише набір інтенсивностей.

Як відомо досягти абсолютний нуль неможливо завдяки обмеженню точності розрахунку в чисельних методах та шуму ПЗС-камери в експерименті. В роботі пропонується наступний метод визначення сингулярності лише по інтенсивності експериментального зображення.

Теорема: Якщо у полі достеменно відомо, що присутня фазова сингулярність, яка має висоту по інтенсивності h_s то всі мінімуми, які мають таку ж або меншу висоту $h \leq h_s$ є також фазовими сингулярностями.

Підтвердження. Для більшої наочності розглянемо переріз дифракційного зображення на рис. 2, c вздовж осі відрізка CD позначений сірим кольором на рис. 2, a. Переріз містить мінімум в точці M, максимум в точці A та фазову сингулярність в точці S (суцільна крива на рис. 2, c). Якщо збільшувати яскравість зображення, максимум A збільшується таким чином що виходить за межі рисунка, мінімум M стає вищим, а нуль інтенсивності S залишається на своєму місці (показано пунктиром). Завдяки тому, що в теорії будь-яке число помнежене на нуль буде нуль, а в експерименті мінімум для фазової сингулярності глибший за інші мінімуми.

Докажемо це: на експериментальному зображенні в якому для початкового зображення на рис. 2, c максимум становив $6,5 \cdot 10^4$, а при виборі рівня інтенсивності в 10^3 раз меншого за початковий на зображенні лишилися лише фазові сингулярності в кількості п'яти (рис. 2, d), а мінімуми зникли, тому що їх висота $h > h_s$. Тобто, всі мінімуми, які мають таку ж або меншу висоту $h \leq h_s$ є також фазовими сингулярностями.

Висновки

В роботі розроблено метод опису явища дифракції по сукупності топологічних об'єктів за допомогою системного аналізу.

Розглянуто методи ідентифікації топологічних об'єктів дифракційного поля типу максимум, мінімум і сингулярність.

Для підвищення швидкості аналізу отриманих даних розглянуто метод сегментації зображення. Визначено кортеж параметрів для опису дифракційного явища з урахуванням початкових та результуючих характеристик поля та властивостей оптичного елемента.

Описано алгоритм розрізнення мінімуму інтенсивності та нульової інтенсивності (фазової сингулярності) на експериментальних зображеннях.

Наведений метод дозволяє класифікувати зображення по кількості фазових сингулярностей, якщо відомо що один з топологічних об'єктів визначений, як фазова сингулярність.

Застосування отриманих результатів та рекомендацій можливе в різних областях медицини і техніки, в яких використовується лазерне випромінювання.

Подяка

Автор дякує проф. Яну Масаяда за можливість проведення експериментальної роботи по отриманню оптичних зображень в лабораторії Вроцлавського технологічного університету, м. Польща в рамках виконання спільного україно-польського проекту у 2018-2019 роках.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Леонтович М. А. Решение задачи о распространении электромагнитных волн вдоль поверхности земли по методу параболического уравнения / М. А. Леонтович, В. А. Фок // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1946. – Т. 16, № 7. – С. 557.
2. Матвеев А. А. Оптика / А. А. Матвеев. – М. Мир, 1988. – 445 с.
3. Reinhard Voelkel, Micro-Optics: Enabling Technology for Illumination Shaping in Optical Lithography, 2014, SPIE, 9052. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.2046116>
4. Couillet P., Gil L., Rocca F. Optical vortices // Optics Communications – 1989. – V.73 – P. 403.
5. Zhao, J. Curved singular beams for three-dimensional particle manipulation. Sci. Rep. 5, 12086; DOI: <https://doi.org/10.1038/srep12086>.
6. Кветний Р. Н. Високошвидкісний метод класифікації зображень / Р. Н. Кветний, О. А. Ремінний // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2009. – № 2. – С. 22-27.
7. Четирбок П. В. Асоціативна пам'ять і скалярний критерій для розпізнавання / П. В. Четирбок // Матеріали X міжнародної науково-технічної конференції «Системний аналіз й інформаційні технології» (САІТ-2008, Київ, 20 – 24 травня 2008). – Київ: НТУУ «КПІ», 2008. – С. 266.
8. Шворов С. А. Нейромережеве розпізнавання оптичних образів у системах спеціального призначення / С. А. Шворов, В. М. Штепа, Н. А. Засць // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – 2014. – Вип. 45. – С. 102-108.

9. The Development of an Application for Microparticle Counting Using a Neural Network / Ganna Khoroshun, Ruslan Luniakin, Andrii Riazantsev, Oleksandr Ryazantsev, Tetiana Skurydina, Halyna Tatarchenko // Proceedings of the 4th Int. Conf. on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS 2020). – Vol. I: Main Conference. – P. 1186-1195.
10. Statistical Optical Image Analysis for Information System / Oleksandr Ryazantsev, Ganna Khoroshun, Andrii Riazantsev, Vitalii Ivanov, Aleksandr Baturin // Proc. of 2019 7th International Conference on Future Internet of Things and Cloud Workshops (FiCloudW), Istanbul, Turkey. – IEEE 2019. – P. 130-134, DOI: <https://doi.org/10.1109/FiCloudW.2019.00036>.

REFERENCES

1. Leontovich, M.A. and Fock, V.A. (1946), "Solution of the problem of the propagation of electromagnetic waves along the earth's surface by the method of parabolic equation", *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, Vol. 16, no. 7, p. 557.
2. Matveev, A.A. (1988), *Optics*, Mir, Moscow. 445 p.
3. Reinhard, Voelkel (2014), *Micro-Optics: Enabling Technology for Illumination Shaping in Optical Lithography*, SPIE, 9052, DOI: <https://doi.org/10.1117/12.2046116>.
4. Couillet, P., Gil L. and Rocca, F. (1989), "Optical vortices", *Optics Communications*, Vol. 73, p. 403.
5. Zhao, J. (2015), *Curved singular beams for three-dimensional particle manipulation*, *Sci. Rep.* 5, 12086; DOI: <https://doi.org/10.1038/srep12086>.
6. Kvyetnyi, R.N. and Reminnyi, O.A. (2009), "High-speed image classification method", *Opto-electronic information and energy technologies*, No. 2, pp. 22-27.
7. Chetyrbok, P.V. (2008), "Associative Memory and Scalar Criterion for Recognition", *Proceedings of the X International Scientific and Technical Conference "System Analysis and Information Technologies"*, NTUU "KPI", Kyiv, p. 266.
8. Shvorov, S.A., Shtepa, V.M. and Zayets, N.A. (2014), "Neural network recognition of optical images in special purpose systems", *Collection of scientific works of the Military Institute of the T. Shevchenko*, Issue 45, pp. 102-108.
9. Khoroshun, G., Luniakin, R., Riazantsev, A., Ryazantsev, O., Skurydina, T. and Tatarchenko, H. (2020), "The Development of an Application for Microparticle Counting Using a Neural Network", *Proc. of the 4th Int. Conf. on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS)*, Vol. I: Main Conference, pp. 1186-1195.
10. Ryazantsev, O., Khoroshun, G., Riazantsev, A., Ivanov, V. and Baturin, A. (2019), "Statistical Optical Image Analysis for Information System", *Proc. of 2019 7th Int. Conf. on Future Internet of Things and Cloud Workshops (FiCloudW)*, Istanbul, Turkey, IEEE 2019, pp. 130-134, DOI: <https://doi.org/10.1109/FiCloudW.2019.00036>.

Received (Надійшла) 30.04.2020

Accepted for publication (Прийнята до друку) 24.06.2020

ABOUT THE AUTHORS / ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Хорошун Ганна Миколаївна – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри будівництва, урбаністики та просторового планування, Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля, Северодонецьк, Україна;
Ganna Khoroshun – PhD (Optics and Laser Physics), Associated Professor of Department of Construction, Urban and Spatial Planning, Volodymyr Dahl East Ukrainian National University, Severodonetsk, Ukraine;
 e-mail: an_khor@i.ua; ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1272-1222>.

**Метод описания явления дифракции по совокупности топологических объектов
и алгоритм различия минимума от нуля интенсивности**

Г. Н. Хорошун

Аннотация. В работе разработан метод описания явления дифракции по совокупности топологических объектов с помощью системного анализа. Топологическими объектами дифракционного поля есть максимум, минимум и ноль интенсивности, которые тождественны фазовой сингулярности или оптическому вихрю. Рассмотрено математическое представление топологических объектов, определение которых в поле проводится стандартными методами поиска экстремума функции. Разработан алгоритм различия минимума и нуля интенсивности на экспериментальных изображениях, благодаря чему появилась возможность классификации дифракционных изображений по количеству оптических фазовых сингулярности без дополнительного интерференционного анализа. Для повышения скорости анализа полученных данных рассмотрен метод сегментации изображения. Применение полученных результатов и рекомендаций возможно в различных областях медицины и техники, в которых используется лазерное излучение.

Ключевые слова: дифракция; топологические объекты; идентификация; сегментация.

**Diffraction phenomenon description method based on by the topological objects set
and the algorithm for distinguishing the minimum from zero intensity**

Ganna Khoroshun

Abstract. Diffraction phenomenon describing method based on the topological objects set by means of system analysis was developed in the work. Diffraction field topological objects are maximum, minimum and zero intensity, which is identical to the phase singularity or optical vortex. Topological objects mathematical representation by standard extremum search function methods was considered. The algorithm for distinguishing the minimum has been developed and zero intensity at the experimental images due to the algorithm the diffractive optical images classification possibility by the number of phase singularities without further interference analysis was shown. To increase the speed of data analyses the image segmentation method is suggested. Obtained results and recommendations applying is possible in various fields of medicine and technology, which use laser radiation.

Keywords: diffraction; topological objects; identification; segmentation.