УДК 621.391 **doi: 10.20998/2522-9052.2019.2.12**

В. І. Василишин, В. В. Лютов, Д. С. Комін

Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна

ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ПРИ ПОПЕРЕДНІЙ ОБРОБЦІ СИГНАЛІВ МЕТОДОМ SSA В УМОВАХ ПОРОГОВОГО ВІДНОШЕННЯ СИГНАЛ-ШУМ

Анотація. Предмет статті – методи спектрального аналізу, метод сингулярного спектрального аналізу (singular spectrum analysis-SSA). **Мета даної статті** – підвищення ефективності спектрального аналізу (зменшення середньоквадратичної похибки оцінювання частоти) в умовах порогового відношення сигнал-шум (ВСШ) при попередній обробці сигналів методом SSA. **Результати.** На основі раніше розробленого авторами методу просторового спектрального аналізу, основаного на одночасному використанні декількох методів спектрального аналізу, та попередньої обробки сигналів на основі модифікованого методу SSA запропоновано здійснювати обчислення методу SSA в умовах порогового ВСШ та не здійснювати його обчислення в області середніх та високих ВСШ. Таке спрощення здійснюється з огляду на високу ефективність сучасних методів спектрального аналізу в умовах середніх та високих ВСШ. **Висновки.** Проведене дослідження показало, що використання запропонованого підходу в умовах порогового ВСШ дозволяє забезпечити точність оцінювання частот гармонічних компонент сигналу, що забезпечується при використанні методу SSA, а в умовах середніх та високих ВСШ точність, що визначається методом спектрального аналізу. Зазначені результати можуть бути використані при оцінюванні стану каналу зв'язку, пеленгації джерел випромінювання та в ряді інших випадків.

Ключові слова: сингулярний спектральний аналіз; спектральне розкладення матриці; перетікання підпросторів.

Вступ

У ряді випадків при обробці сигналів та зображень здійснюється певна попередня обробка [1–8]. Така обробка дозволяє зменшувати розмірність задачі, що вирішується (наприклад при попередньому формуванні багатопроменевої діаграми спрямованості), декореляцію сигналів джерел випромінювання в умовах багатопроменевого поширення хвиль (так зване просторове згладжування), зменшувати рівень шуму в спостереженні. Попередня обробка використовується в системах радіолокації, радіозв'язку та інших.

Крім того, така обробка може бути використана перед застосуванням сучасних методів спектрального аналізу. Спільною рисою таких методів та методів попередньої обробки сигналів є використання спектрального розкладення кореляційної матриці (КМ) даних (EVD- eigenvalue decomposition) або матриці даних (SVD- singular value decomposition). У першому випадку обчислюються власні значення та вектори КМ, у другому сингулярні значення та вектори матриці даних. Реалізація спектрального розкладення ускладнюється вимогою $O(M^3)$ операцій комплексного множення, де M – кількість антенних елементів при просторовому спектральному аналізі або розмір сегменту, на які розбивається вхідна послідовність [1, 6].

Застосування попередньої обробки здійснюється з метою підвищення ефективності методів спектрального аналізу (підвищення роздільної здатності, зменшення величини середньоквадратичної похибки (СКП) оцінювання параметрів (напрямків надходження радіохвиль, частоти компонент сигналів, часу затримки сигналів і т.д.).

В одних випадках (при попередньому формуванні багатопроменевої діаграми спрямованості) загальна обчислювальна складність зменшується, проте у ряді випадків (наприклад, при використанні методу SSA, коли виконується EVD або SVD) збільшується.

Тому у ряді випадків актуальним є пошук шляхів зменшення обчислювальної здатності при здійсненні попередньої обробки сигналів. Так в даній роботі розглядається підхід, що полягає в обчисленні методу SSA в умовах порогового відношення сигнал-шум. Його обчислення в умовах середніх та високих ВСШ не здійснюється.

1. Аналіз існуючих досліджень

В умовах низького відношення сигнал- шум (ВСШ) ефективність сучасних методів спектрального аналізу обмежується наявністю ефекту перетікання підпросторів (subspace leakage) [1, 6]. При цьому має місце пороговий ефект (threshold effect), що проявляється в різкому збільшенні СКП оцінювання при зменшенні ВСШ нижче деякого порогового ВСШ.

Підвищити точність оцінювання кутових координат джерел випромінювання в таких умовах можна за умови використання стратегії спільного оцінювання (ССО) [6] джерел випромінювання. У результаті обчислення декількох методів спектрального аналізу по одним вибіркам даних одержують сукупність попередніх оцінок кутових координат сигналів джерел випромінювання. Остаточні оцінки отримують на підставі цих попередніх оцінок відповідно до деякого правила. При цьому особливістю такого підходу є використання інформації (або апріорної або отриманої в результаті проведеного оцінювання) про сектори розташування джерел випромінювання [6]. В такому випадку виникає можливість не здійснювати обчислення декількох методів спектрального оцінювання коли оцінки методу, який обчислений попередньо, попадають в названі сектори.

Вважається, що отримана точність оцінювання є достатньою і немає потреби у обчисленні сукупності методів.

© Василишин В. І., Лютов В. В., Комін Д. С., 2019

Іншим прикладом покращення ефективності спектрального аналізу є використання методу SSA, нетрадиційних підходів (бутстрепу, технології сурогатних даних (псевдошумового розмноження вибірки, алгоритмів рандомізації фаз відліків перетворення Фур'є спостереження, ATS-алгоритму (attractor trajectory surrogates)) [2-5].

На сьогоднішній день відомі роботи по спільному використанню методу SSA з сучасними методами спектрального аналізу [2, 7, 8]. Запропоновано модифікації методу SSA [2, 3, 7, 8]. Проведено аналіз впливу величини сегменту (вікна), що використовується в методів SSA на ефективність спектрального аналізу. В роботі [7] показана доцільність спільного використання методу SSA з технологією сурогатних даних.

Разом з тим, в вказаних роботах не аналізувалася можливість спрощення попередньої обробки спостереження методом SSA шляхом його використання лише в умовах порогового ВСШ.

Тому мета даної роботи – підвищення ефективності спектрального аналізу на основі попередньої обробки сигналів методом SSA в умовах порогового ВСШ.

2. Основна частина дослідження

Модель даних представлена в дискретні моменти часу n має вигляд

$$y(n) = s(n) + e(n), \quad (1)$$

де $n = 1,\ldots,N$, корисний сигнал $s(n)$ містить $v = 1,\cdots,V$ гармонічних компонент $x_v(n) = \xi_v \times \times \exp(j(\omega_v n + \phi_v))$, що характеризуються амплітудою ξ_v, частотою $\omega_v = 2\pi f_v$ та фазою ϕ_v, а $e(n)$ – білий гаусівський шум. Більш повно модель подана в [7, 8].

Реалізація методу SSA та методів спектрального аналізу, основаних на використанні підпросторів власних векторів КМ (таких як MUSIC, ESPRIT, Min-Norm та інших) передбачає формування матриці даних та відповідної кореляційної матриці даних.

У випадку методу SSA матриця даних (траєкторна матриця) має ганкелеву форму

$$\mathbf{Y} = = [\mathbf{y}(1) \vdots \mathbf{y}(2) \vdots \ldots \mathbf{y}(K)], \quad (2)$$

де $\mathbf{y}(n) = \left[y(n) \ldots y(n+m-1)\right]^T$, $K = N - m + 1$, $n = 1,\ldots,K$, $(\bullet)^T$ означає оператор транспонування. Величина m визначає розмір вікна (сегменту) [2].

Вибір розміру вікна пов'язаний з теоремою Такенса [7], що визначає особливості вкладення часових послідовностей та їх реконструкції.

Оцінка КМ традиційно визначається як [1]

$$\widehat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K}\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H = \frac{1}{K}\sum_{n=1}^{K}\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n), \quad (3)$$

де $(\bullet)^H$ означає оператор ермітового спряження.

Спектральне розкладення КМ $\widehat{\mathbf{R}}$ (за власними значеннями та векторами) може бути подане як [2]

$$\widehat{\mathbf{R}} = \widehat{\mathbf{U}}_s \widehat{\mathbf{y}}_s \widehat{\mathbf{U}}_s^H + \widehat{\mathbf{U}}_n \widehat{\mathbf{y}}_n \widehat{\mathbf{U}}_n^H, \quad (4)$$

де $\widehat{\mathbf{U}}_s$ і $\widehat{\mathbf{U}}_n$ – $m \times \widehat{V}$ і $m \times \left(m - \widehat{V}\right)$ матриці власних векторів (ВВ) підпростору сигналів (ППС) та шуму (ППШ). Вони пов'язані з $\widehat{V}$ та $m - \widehat{V}$ власними значеннями (ВЗ) ППС та ППШ, які містяться в діагональних матрицях $\widehat{\mathbf{Л}}_s$ і $\widehat{\mathbf{Л}}_n$.

Оцінки частоти компонент сигналу методом Root-MUSIC можуть бути знайдені по сигнальним кореням поліному [2, 3]:

$$P_{rm}(z) = \mathbf{a}^H(z^{-1})\widehat{\mathbf{U}}_n\widehat{\mathbf{U}}_n^H\mathbf{a}(z), \quad (5)$$

де $\mathbf{a}(z) = [1, z, \ldots, z^{M-1}]^T$, $z = \exp(j\omega)$, $\widehat{\mathbf{U}}_n$ є матрицею ВВ ППШ. За аналогією можна знайти оцінки методом Root-Min-Norm.

Модифікований метод SSA описано в [8]. Його особливістю є виконання SVD матриці даних та використання для відновлення матриці даних лише сигнальних сингулярних значень та векторів. Крім того, з сигнальних сингулярних значень віднімається середньоквадратичне відхилення шуму. До отриманої матриці даних, очищеної від шуму, застосовується оператор усереднення, в результаті якого обчислюється відфільтрована від шуму часова послідовність $y_{filt.}(n)$. Для оцінювання дисперсії шуму можуть бути використані традиційні вирази [1, 6, 8].

ССО використовує цензурування оцінок джерел випромінювання. Для відсіювання аномальних оцінок (викидів) використовується певна гіпотеза [6]. В нашому випадку оцінювання частоти компонент сигналу вона може бути сформульована наступним чином.

H: Метод СА дозволяє одержати V оцінок частот гармонічних компонент сигналу в секторах локалізації компонент сигналу $\hat{\mathbf{f}}_c$.

Запропонований варіант сумісного використання методу SSA та методів спектрального аналізу включає такі кроки:

Крок 1. Оцінити число гармонічних компонент сигналу [1].

Крок 2. За допомогою періодограми Бартлетта визначити сектори (кластери) локалізації гармонічних компонент сигналу як C інтервалів, що не перекриваються

$$\hat{\mathbf{f}}_c = [f_{1L}, f_{1R}] \bigcup \ldots \bigcup [f_{CL}, f_{CR}], \quad (6)$$

де $f_{iL}, f_{iR}, i = 1,\ldots,C$ – ліва і права межі i-го сектору.

Крок 3. Знайти оцінки частот гармонічних компонент сигналу методом спектрального аналізу (наприклад, Root-MUSIC) і перевірити гіпотезу H. Якщо гіпотеза виконується, то оцінки частот гармонічних компонент цього методу є остаточними оцінками частот гармонічних компонент. Перервати алгоритм (тобто перейти до кроку 6).

Якщо гіпотеза не прийнята, то треба перейти до кроку 4.

Крок 4. Обчислити модифікований метод SSA по вхідним даним.

Крок 5. Знайти оцінки частот гармонічних компонент сигналу методом спектрального аналізу при використанні кореляційної матриці даних, отриманої з використанням $y_{filt.}(n)$.

Крок 6. Стоп.

При проведенні моделювання розглянуто випадок, коли сигнал містить дві рівно потужні гармонічні компоненти з $f_1 = 0.2$ Гц і $f_2 = 0.212$ Гц, $N = 64$. Для отримання залежностей середньоквадратичної похибки оцінювання (Root mean square error-RMSE) від ВСШ (SNR) виконувалося $L = 1000$ незалежних прогонів (повторень) моделювання. ВСШ визначалося як

$$10\log_{10}\left(\sum_{v=1}^{V}\xi_v^2 / \sigma^2\right),$$

де σ^2 – дисперсія шуму. СКП оцінювання частоти усереднена по числу сигнальних компонент [12].

Порівнювалась ефективність методу Root-MUSIC, Root-MUSIC з використанням SSA (Root-MUSIC with SSA) та Root-MUSIC з використанням SSA в області порогового відношення ВСШ (proposed approach). Результати імітаційного моделювання наведені на рис. 1.

Величина вікна як для методу SSA, так і методу спектрального аналізу $m = 10$.

Як видно з аналізу рисунку, в області порогового ВСШ (від 14 дБ і нижче) ефективність запропонованого підходу наближається до ефективності методу Root-MUSIC з використанням SSA. Після цього ВСШ його ефективність визначається методом Root-MUSIC, так як SSA не обчислюється.

Ефективність запропонованого підходу залежить від точності визначення кластерів локалізації гармонічних компонент сигналу. Це пояснюється тим, що саме за допомогою меж кластеру визначається чи можуть використовуватися безпосередньо оцінки методу спектрального аналізу, або має спочатку обчислюватися метод SSA.

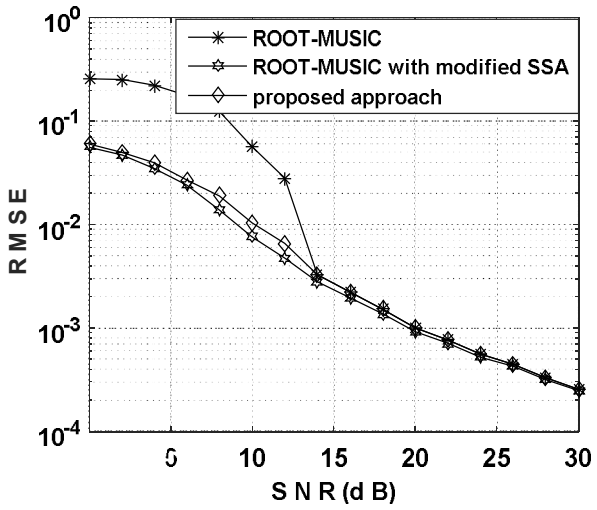

Рис. 1. СКП оцінювання частоти компонент сигналу в залежності від ВСШ

Чим точніше визначено сектор, тим більше величина СКП оцінювання частоти запропонованого підходу наближається до СКП Root-MUSIC з використанням SSA.

Висновки

В статті розглянуто оцінювання частот компонент сигналу методами, основаними на використанні підпросторів власних векторів КМ. При цьому здійснюється попередня обробка сигналів модифікованим методом SSA. Використання запропонованого підходу дозволяє покращити ефективність спектрального аналізу методами, основаними на використанні підпросторів, в умовах порогового ВСШ.

Суттєвою перевагою запропонованого підходу щодо обчислювальної складності є відсутність потреби обчислення SSA (додаткового SVD чи EVD) в області середніх та високих ВСШ.

Викликає інтерес узагальнення отриманих результатів на випадок обробки сигналів антенних решітках, для системах радіозв'язку з MIMO, OFDM.

Крім того, доцільним є узагальнення результатів роботи [7] з урахуванням отриманих результатів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Marple S. L. Digital Spectral Analysis: Second Edition. Dover Publication Inc, Maniola New York, 2018. 420 p.
2. Golyandina N., Zhigljavsky A. Singular spectrum analysis for time series. London: Springer. 2013. 120 p.
3. Sanei S., Hassani H. Singular Spectrum Analysis of Biomedical Signals. London : CRC Press. 2016. 260 p.
4. Dahlhaus R., Kurths J., Maass P., Timmer J. Mathematical Methods in Signal Processing and Digital Image Analysis. Berlin: Springer-Verlag, 2008. 293 p.
5. Lancaster G., Iatsenko D., Pidde A., Ticcinelli V., Stefanovska A. Surrogate data for hypothesis testing of physical systems. *Physics Reports,* 2018. Vol. 748. P. 1–60.
6. Vasylyshyn V. Removing the outliers in root–MUSIC via pseudo-noise resampling and conventional beamformer. *Signal processing*. 2013. Vol. 93. P. 34.23–34.29.
7. Kostenko P. Yu., Vasylyshyn V. I. Surrogate data generation technology using the SSA method for enhancing the effectiveness of signal spectral analysis. *Radioelectronics and Communication Systems*. 2015. Vol. 58. P. 356–361.
8. Vasylyshyn V., Lyutov V. Signal denoising using modified complex SSA method with application to frequency estimation. *5th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications*, *Science and Technology*: Proc. Int. Conf., 9-12 October. Kharkiv, 2018. P.715–718.

REFERENCES

1. Marple, S.L. (2018), *Digital Spectral Analysis*, Second Edition. Dover Publication Inc, Maniola New York, 420 p.
2. Golyandina, N., and Zhigljavsky, A (2013), *Singular spectrum analysis for time series*, Springer, London, 120 p.

3. Sanei, S., Hassani, H. (2016), *Singular Spectrum Analysis of Biomedical Signals*, CRC Press, London, 260 p.
4. Dahlhaus, R., Kurths, J., Maass, P., Timmer, J (2008), *Mathematical Methods in Signal Processing and Digital Image Analysis*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 293 p.
5. Lancaster, G., Iatsenko, D., Pidde, A., Ticcinelli, V. and Stefanovska, A. (2018), "Surrogate data for hypothesis testing of physical systems", *Physics Reports,* Vol. 748, pp. 1–60.
6. Vasylyshyn, V. (2013), "Removing the outliers in root–MUSIC via pseudo–noise resampling and conventional beamformer", *Signal processing*. Vol. 93, pp. 34.23–34.29.
7. Kostenko, P.Yu. and Vasylyshyn, V.I. (2015), "Surrogate data generation technology using the SSA method for enhancing the effectiveness of signal spectral analysis", *Radioelectronics and Communication System*, Vol. 58, pp. 356–361.
8. Vasylyshyn, V. and Lyutov, V. (2018), "Signal denoising using modified complex SSA method with application to frequency estimation.", *5th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications, Science and Technology*, Proc. Int. Conf., October 9-12, 2018, Kharkiv, pp.715–718.

Received (Надійшла) 11.05.2019
Accepted for publication (Прийнята до друку) 05.06.2019

Василишин Володимир Іванович – доктор технічних наук, доцент, начальник кафедри радіоелектронних систем пунктів управління Повітряних Сил, Національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна;
Volodymyr Vasylyshyn – Doctor of Technical Science, Associate Professor, Head of Department, Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University, Kharkiv, Ukraine;
e-mail: vladvas@ukr.net; ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-5461-0125

Лютов Віктор Володимирович – ад'юнкт, Національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків, Україна;
Victor Lyutov – PhD student of Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University, Kharkiv, Ukraine;
e-mail: lutovviktor@gmail.com; ORCID ID: http://orcid.org/0000-0001-8092-5748

Комін Дмитро Сергійович – кандидат технічних наук, старший викладач кафедри радіоелектронних систем пунктів управління Повітряних Сил, Національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна;
Dmytro Komin – Candidate of Technical Sciences, Senior Teacher of Department of Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University, Kharkiv, Ukraine;
e-mail: gireevich@ gmail.com; ORCID ID: http://orcid.org/0000-0003-4439-346X

Повышение эффективности спектрального анализа при предварительной обработке сигналов методом SSA в условиях порогового отношения сигнал- шум

В. И. Василишин, В. В. Лютов, Д. С. Комин

Аннотация. Предмет статьи - методы спектрального анализа, метод сингулярного спектрального анализа (singular spectrum analysis–SSA). **Цель данной статьи** - повышение эффективности спектрального анализа (уменьшение среднеквадратической ошибки оценивания частоты) в условиях порогового отношения сигнал- шум (ОСШ) при предварительной обработке сигналов методом SSA. **Результаты**. На основе ранее разработанного авторами метода пространственного спектрального анализа, основанного на одновременном использовании нескольких методов спектрального анализа, и предварительной обработки сигналов на основе модифицированного метода SSA предложено осуществлять вычисление метода SSA в условиях порогового ОСШ и не осуществлять его вычисление в области средних и высоких ОСШ. Такое упрощение выполняется, учитывая высокую эффективность современных методов спектрального анализа в условиях средних и высоких ОСШ. **Выводы.** Проведенное исследование показало, что использование предложенного подхода в условиях порогового ОСШ позволяет получить точность оценивания частот гармонических компонент сигнала, которая обеспечивается при использовании метода SSA, а в условиях средних и высоких ВСШ точность, которая определяется методом спектрального анализа.

Ключевые слова: сингулярный спектральный анализ; спектральное разложение матрицы; перетекание подпространств.

Improving the performance of spectral analysis with preliminary signal processing by SSA method in the conditions of threshold signal-to-noise ratio

V. Vasylyshyn, V. Lyutov, D. Komin

Abstract. The subject of the paper is the methods of spectral analysis, singular spectrum analysis method. **The purpose** of this paper is improving the performance of spectral analysis (reduction of the value of root mean square error of frequency estimation) in the condition of threshold signal-to-noise ratio (SNR) when using preliminary signal processing by SSA method. **Results.** Based on the author's previously developed method of spatial spectral analysis based on joint using the several methods of spectral analysis and preliminary signal processing with using modified SSA the calculation of SSA in the case of threshold SNR is proposed. Furthermore, it is not necessary to calculate the SSA in the condition of medium and high SNR. This simplification can be explained by the fact that in such conditions the performance of the modern methods of spectral analysis is high. **Conclusions.** The conducted investigation shows that using the proposed approach in the case of threshold SNR allows obtaining the accuracy of frequency estimation of harmonic components of the signal which is provided in the case of application of the SSA method. In the case of high and medium SNRs the accuracy is determined by accuracy of the method of spectral analysis. The obtained results can be used for the communication channel state estimation and direction of arrival estimation of radiation source.

Keywords: singular spectrum analysis; spectral decomposition of matrix; subspace leakage.