

# Information systems modeling

УДК 519.876:316.485.22

doi: 10.20998/2522-9052.2018.4.02

В. Ю. Дубницкий<sup>1</sup>, Г. Г. Зубрицкая<sup>2</sup>, А. М. Кобылин<sup>1</sup><sup>1</sup> Харьковський учебно-научний інститут ГВУЗ Університета банківського дела, Харків, Україна<sup>2</sup> Ягеллонський університет, Краков, Польща

## ИНТЕРВАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ КОЛИЧЕСТВА УЧАСТНИКОВ МАССОВЫХ ПРОТЕСТНЫХ АКЦИЙ

Выполнен краткий литературный обзор по проблеме моделирования массовых протестных акций. Показано, что изучение этого общественного феномена было начато в конце XIX века. В настоящее время в рассматриваемой проблеме выделилось два направления. Первое – социологическое, и второе, в котором массовые протестные акции стали предметом изучения методами исследования операций. Показано, что в настоящее время появился такой источник влияния, как социальные сети. Это обстоятельство необходимо учитывать при построении математических моделей массовых протестных акций. Для модели, устанавливающей связь между уровнем ВВП и уровнем социальной напряженности, построена функция эластичности уровня социальной напряженности в обществе по величине относительного уровня величины ВВП. Показано, что относительное приращение величины ВВП снижает относительный уровень социальной напряженности. Рассмотрена система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая изменение во времени относительного количества участников массовых протестных акций. Для определения погрешностей их определения в результате погрешностей определения численных значений переменных и параметров модели использованы методы приближенных вычислений. Показано, что эти методы приводят к усложнению процесса идентификации модели. Для упрощения определения погрешностей использованы методы интервальных вычислений с числами, определёнными в системе центр – радиус. Получено выражение для степенной функции для аргументов, заданных в системе центр – радиус. Для решений приведенной модели выполнено интервальное оценивание количества участников массовых протестных акций. Полученные результаты позволяют прогнозировать долю лиц, принимающих участие в массовых протестных акциях. Они также могут быть использованы органами правопорядка для планирования мероприятий по обеспечению безопасности при проведении массовых протестных акций.

**Ключевые слова:** массовые протестные акции; нелинейные дифференциальные уравнения; методы вычислений; теория погрешностей; интервальные вычисления.

### Введение

Массовые протестные акции, вследствие которых происходят смены правительств, а то и правящих режимов или, даже, систем государственного управления, имеют давнюю историю. Однако предметом научных исследований они стали в конце XIX века. Пионером в этой области стал Гюстав Лебон (1841–1931). Его работа «Психология народов и масс» [1], первое издание вышло в 1895 г, ознаменовала рождение новой области знаний – социальной психологии. Бурные события начала XX века привели к пониманию того, что вне зависимости от целей, которые ставят организаторы массовых протестных акций, в технологии их проведения имеется много общих черт. Одной из первых работ такого рода стала работа [2], (первое издание – 1931 г.), вышедшая под красноречивым названием «Техника государственного переворота». В ней автор, на основе анализа массовых протестных акций в различных странах Европы, имевших место в первой четверти XX века, выполнил классификацию их типов, намеренно отвлекаясь от идеологической окраски и целей, заявленных их руководителями. В годы Второй Мировой Войны методы психологического воздействия на умы людей, для достижения нужных организаторам этих воздействий целей, получили название психологической войны. Способы ведения психо-

логической войны, использованные в этот период, подробно рассмотрены в работе [3], первое издание вышло в 1954 г. В конце XX века эти методы получили название методов политтехнологии. Целью этого вида деятельности является подготовка и разработка политики, политических акций, имиджа политиков и политических партий для достижения определённых политических целей. Людей, использующих эти методы, стали называть политтехнологами. Ну, а если есть специалисты, то должны быть и справочники для них, носящие весьма откровенные названия. Например, такое, как работа [4]. Результаты работ по этой тематике, полученные в последние годы, изложены в работе [5]. Следует отметить, и это важно для последующего изложения, что причины массовых протестных акций не так очевидны, как это казалось раньше. Длительное время преобладало мнение о том, что в основе массовых протестных акций лежит, прежде всего, недовольство материальным положением протестующих. Об этом очень точно сказано в известной пьесе Бертольда Брехта: «Трёхгрошовая опера» [6, С. 220]:

Вы учите нас честно жить и строго,  
Не воровать, не лгать и не грешить.  
Сначала дайте нам пожрать немного,  
А уж потом учите честно жить  
Поборник благонравья и добра,  
Ханжа и скромник с толстым животом!

Раз навсегда запомнить вам пора:  
Сначала хлеб, а нравственность – потом.  
Добейтесь, чтоб людская голь сначала  
Ломоть от каравая получала.

Следует отметить, что это предположение считали общепринятым до появления массовых протестных акций в относительно благополучных государствах. Изменение условий жизни и появление новых средств массовых коммуникаций привели во многих случаях к новым побудительным причинам массовых протестных акций. Подробно это рассмотрено в работе [7]. В этой работе показано, что наиболее высокие риски дестабилизации имеют страны со средним уровнем ВВП на душу населения. Только при высоком уровне ВВП есть тенденция к уменьшению этих рисков.

Среди работ, в которых рассмотрены модели массовых беспорядков в современных условиях, следует выделить работы [8–9]. В них рассмотрены социально-экономические причины, вызвавшие эти беспорядки. В частности, в работе [8] показано влияние виртуального протестного общения на увеличения количества реально протестующих лиц и отмечено появление новой специфической среды – виртуальной толпы. В работе [9] уже не только проанализированы социально-экономические причины, вызывающие протестные настроения у части общества, но и предложены количественные индикаторы этих причин. Особо следует отметить работы [10–11], авторы которых показали на конкретных примерах, что слишком быстрый экономический рост тоже может быть причиной массовых протестных акций. Такая ситуация может возникнуть из-за неосуществления завышенных социальных ожиданий их участников.

Причины возникновения массовых протестных акций оказались не только в центре внимания специалистов в области социальной психологии, но и специалистов в области исследования операций.

**Анализ литературы.** Условно принято, что одной из первых работ по применению математических методов для моделирования социально-экономических процессов была работа [12]. В этой работе была предложена модель для оценки влияния развития сети железных дорог в США на развитие чёрной металлургии и связанные с этим социальные процессы. Особенностью этой работы было использование первичных архивных материалов с 1840 по 1860 г.г. Таким образом, в этой работе, возможно впервые, был использован математический аппарат для анализа архивных данных о количестве участников массовых протестных акций. В первые десятилетия XX века в России также начали проводить подобные исследования. Однако они были прерваны внешними причинами, а судьбы многих исследователей трагически оборвались. Истории судеб этих людей и краткое содержание их работ изложены в работе [13]. В последней трети XX века завершилось формирование научного направления, в котором рассматривают возможности использования количественных методов для анализа социальных и исторических процессов. Это направление получи-

ло название клиометрики или клиометрии. Его современное состояние описано в работах [14, 15].

В настоящее время для моделирования социальных процессов стали использовать нелинейные дифференциальные уравнения. Это научное направление стали называть нелинейной динамикой. Основополагающие принципы применения методов нелинейной динамики для анализа социальных процессов рассмотрены в работе [16]. В работе [17] рассмотрены возможности моделей нелинейной динамики для качественного моделирования социальных процессов. В этой работе правильно, по мнению авторов настоящего сообщения, отмечено, что эти методы позволяют государственным структурам разрабатывать соответствующие упреждающие воздействия, необходимые для стабилизации ситуации в обществе. Непосредственное отношение к тематике данного сообщения имеют работы [18–19]. В этих работах предложены нелинейные дифференциальные модели массовых беспорядков, охватывающих отдельный регион или страну в целом. Предметом моделирования было выбрано стачечное движение в России в начале XX века. Было показано, что начиная с некоторого количества участников, начинают проявляться эффекты самоорганизации. Отмечено также, что анализ таких моделей даёт важные сведения о качественном протекании процесса, но точность определения количества участников массовых акций ограничена точностью определения параметров модели. Отмечено также существенное расхождение оценок количества участников, приведенное в официальных и неофициальных материалах. Применение моделей нелинейной динамики при анализе полученных решений естественно приводит к анализу возникающих при этом катастроф и их анализу. В частности, в работе [20] получены нелинейные дифференциальные уравнения взаимодействия элиты и трудящихся. Показана возможность возникновения катастрофы типа складки при изменении количества стационарных точек решения уравнения.

В технологию проведения массовых протестных акций и мобилизацию их участников существенную новизну внёс фактор появления социальных сетей. Это обстоятельство рассмотрено в работах [8; 21].

В работе [8] показано влияние виртуального протестного общения на увеличения количества реально протестующих лиц и отмечено появление специфической среды – виртуальной толпы. В работе [21] предложена модель информационно-психологического воздействия деструктивного характера, распространяющегося в социальных сетях, в виде нелинейного дифференциального уравнения с её подробным исследованием и проведен детальным анализ опыта моделирования человеческого поведения. В цитируемой работе сделан вывод, что математические модели динамики информационно-психологического воздействия на современном этапе развития психологической науки перспективны лишь применительно к массовому сознанию. Утверждается, что модель дала хороший результат в ее приложении к описанию распространению идей “арабской весны” через социальные сети.

В работе [22] было введено понятие уровня нестабильности и описан способ его определения. В этой работе показано, что положительна корреляция между уровнем ВВП и уровнем нестабильности для более бедных стран более заметна, чем отрицательная корреляция для богатых стран. Исследование этого обстоятельства подробно выполнено в работе [23]. Для связи между уровнем ВВП и уровнем социальной напряженности получено выражение вида:

$$P = \left[ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{2}{\pi} \arctg \left( \frac{b\Delta E}{E} \right) \right) \right]^n, \quad (1)$$

где  $P$  – напряженность в обществе;  $E$  – уровень ВВП;  $\Delta E$  – приращение ВВП. График этой зависимости при  $b = 20$  и  $n = 2$  приведен в цитируемой работе и показан на рис. 1.

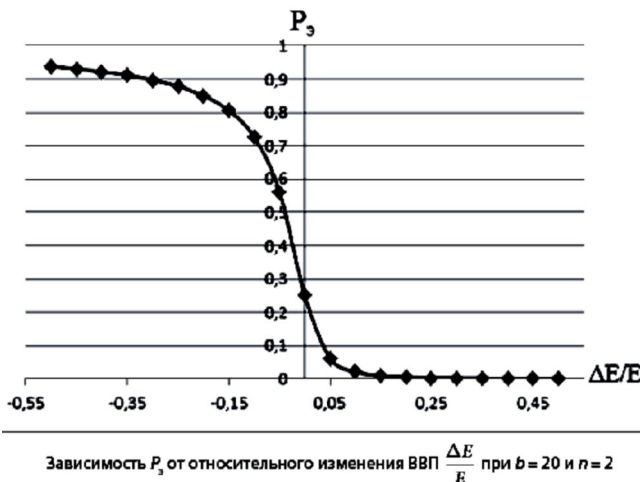


Рис. 1. Зависимость величины напряженности в обществе  $P$  от величины относительного приращения ВВП (по данным работы [22])

Действительно, с возрастанием относительного уровня изменения ВВП социальная напряженность в обществе уменьшается. Примем, что  $\Delta E / E = \varepsilon$ . Тогда:

$$P = \left[ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{2}{\pi} \arctg (b\varepsilon) \right) \right]^n. \quad (2)$$

Для определения относительного приращения уровня социальной напряженности  $P$  по отношению к относительному приращению величины  $P$ , то есть величины используем понятия эластичности  $P$  по  $\varepsilon$ :

$$E_\varepsilon(P) = \frac{dP}{d\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon}{P}; \quad (3)$$

$$\frac{dP}{d\varepsilon} = \frac{2^{1-n} b n \left[ (\pi - 2 \arctg (b\varepsilon) / \pi) \right]^n}{\left[ 2 \arctg (b\varepsilon - \lambda) \right] \cdot (b^2 \varepsilon^2 + 1)}. \quad (4)$$

Следовательно:

$$E_\varepsilon(P) = 2b\varepsilon / \left( \left[ 2 \arctg (b\varepsilon - \lambda) \right] \cdot (b^2 \varepsilon^2 + 1) \right). \quad (5)$$

График этой зависимости показан на рис. 2.

Из рис. 1, 2 видно, что относительное приращение величины ВВП снижает относительный уровень социальной напряженности.

Однако, более внимательное изучение этого явления, с учётом выводов работ [10–11], привело исследователей к выводу о том, что такая зависимость имеет более сложный вид.

Например, в работе [7] показано, что наиболее высокие риски дестабилизации имеют страны со средним уровнем ВВП на душу населения. Только при высоком уровне ВВП есть тенденция к уменьшению этих рисков.

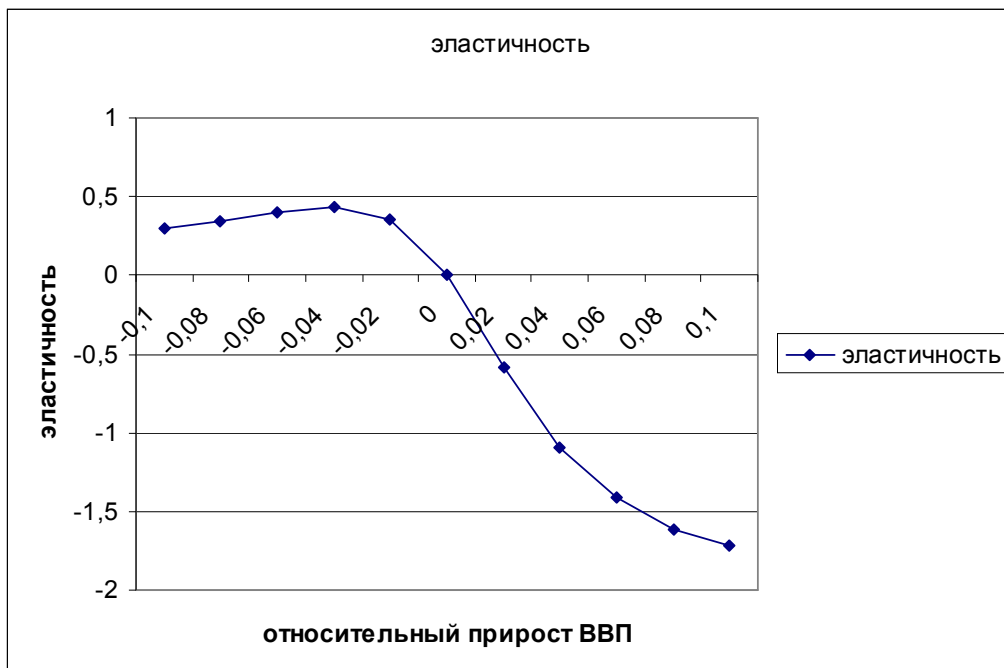


Рис. 2. Эластичность уровня напряженности в обществе  $P$  по переменной  $\varepsilon$  – относительному уровню величины ВВП

Для дальнейшего изложения результатов данной работы наиболее важны работы [24–25].

Работа [24] была выполнена по результатам изучения массовых протестных акций в Лейпциге в 1989-1990 г.г. В этой работе для моделирования динамики количества участников этих акций предложена система нелинейных дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = -\alpha N_1 N_2 + \theta N_2; \\ \frac{dN_2}{dt} = \alpha N_1 N_2 + \delta N_3 - \beta N_2 N_3 - \eta N_2^2 - \theta N_2; \\ \frac{dN_3}{dt} = -\delta N_3 + \beta N_2 N_3 + \eta N_2^2, \end{cases} \quad (6)$$

при

$$N_1 + N_2 + N_3 = 1 \quad (7)$$

В рамках модели принято, что  $N_1$  – доля пассивных людей, не участвующих в протестных акциях;  $N_2$  – доля возбуждённых людей, потенциальных участников протестных акций, испытывающих дискомфорт из-за социально-политической ситуации в обществе;  $N_3$  – доля лиц, участвующих в протестной акции. Начальные условия приняты такие:

$$N_1(0) = N_{10}, \quad N_2(0) = N_{20}, \quad N_3(0) = 0.$$

Величины  $N_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  – переменные модели,  $\alpha, \beta, \delta, \eta, \theta$  – параметры модели. Способ их определения предложен в этой же работе.

Решение системы (6) при условии (7) получено в работе [25]. При решении этой системы авторы работы [25] приняли, что величина  $\theta = 0$ . Подобное предположение, по их мнению, допустимо потому, что переход из протестного состояния в невозбуждённое возможен только при удовлетворении требований протестующих. Полученное решение приведено в виде:

$$N_3 = \frac{-2c(1 - \exp(zt))}{b(1 - \exp(zt)) + z(1 + \exp(zt))}; \quad (8)$$

$$z = \sqrt{b^2 - 4ac}; \quad (9)$$

$$a = \eta - \beta; \quad (10)$$

$$b = (\beta - 2\eta)(1 - N_{10}) - \delta; \quad (11)$$

$$c = \eta(1 - N_{10})^2. \quad (12)$$

Для величины  $N_1$  получено выражение:

$$N_1 = \frac{N_{10}}{N_{10} + (1 - N_{10}) \exp(\alpha t)}. \quad (13)$$

В работах [24–25] отмечено, что точность полученных результатов существенно зависит от величин погрешностей при определении начальных условий и параметров модели.

По мнению авторов данного сообщения, модель вида (6) может служить основой для выполнения расчётов, необходимых органам правопорядка при проведении мероприятий по обеспечению общественной безопасности. В тех же случаях, когда ситуация может выйти из под контроля, стоит воспользоваться рекомендациями работы [26, С. 77]:

Чтоб там речей не тратить по - пустому,  
Где нужно власть употребить.

Модели действия силовых структур в этом случае описаны в работах [27–28]. В этих работах предложена модель рефлексивной игры для выбора наилучшего варианта действий при противодействии массовым беспорядкам и двумерная имитационная модель, позволяющая определить возможные места сосредоточения элементов толпы. Параметрами модели служат геометрические характеристики плоскости развития массовых беспорядков и отдельных элементов толпы.

**Постановка задачи.** Использование математической модели любого процесса предполагает определение вычислительных погрешностей при её применении. Поэтому, цель работы – определение относительных вычислительных погрешностей при оценивании количества участников массовых протестных акций с использованием модели, представленной условиями (6–7).

## Полученные результаты

Причины появления погрешностей при использовании выражения (6) можно разделить на две группы. Погрешности первой группы, условно назовём их статистическими, вызваны самим процессом получения оценок параметров модели. Исходными данными для их определения служат данные о количестве участников массовых протестных акций, сгруппированные по признакам их отношения к происходящему. Эти сведения можно считать случайными величинами. Таким образом, для корректной идентификации параметров модели вида (6) следует применять такую разновидность регрессионного анализа, как конъюнктный анализ. Основным его допущением служит предположение о том, что переменные модели определены со случайными ошибками. Более подробно этот вид анализа данных описан в работе [29]. Для дальнейшего исследования примем, что коэффициенты модели уже определены. Примем, что абсолютная погрешность их определения равна ширине доверительного интервала, определённого с тем уровнем доверительной вероятности, который исследователь считает для себя приемлемым. Аналогичное допущение примем и при определении абсолютной погрешности переменных модели вида (6). Следовательно, с учётом принятых допущений задача определения относительной погрешности количества участников массовых протестных акций сведена к задаче определения относительной погрешности, возникающей при использовании выражений вида (8) и (13).

Из теории приближенных вычислений, например, работа [30], известно, что для функции вида

$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  предельная относительная ошибка равна

$$\varepsilon[y] = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \frac{1}{y} \right| \Delta x_i, \quad (14)$$

где  $\Delta x_i$  – предельная абсолютная погрешность определения  $i$ -й переменной.

Для определения величины  $\varepsilon[N_3]$  применён следующий порядок вычисления предельных относительных погрешностей, для условий, определяемых соотношениями (8–12):

$$(12) \rightarrow (11) \rightarrow (10) \rightarrow (9) \rightarrow (8).$$

Для этих выражений результат применения условия (14) представим, опуская промежуточные действия ввиду их очевидности, в таком виде.

Для условия (12) получим, что:

$$\varepsilon[c] = \left| \frac{1}{\eta} \right| \Delta(\eta) + \left| \frac{2}{1 - N_{10}} \right| \Delta(N_{10}). \quad (15)$$

Для условия (11) получим, что:

$$\varepsilon[b] = A_1 + A_2 + A_3; \quad (16)$$

где

$$A_1 = \left| \frac{1 - N_{10}}{(\beta - 2\eta)} \right| \Delta\beta; \quad (17)$$

$$A_2 = \left| \frac{2(N_{10} - 1)}{(\beta - 2\eta)(1 - N_{10}) - \delta} \right| \Delta\eta; \quad (18)$$

$$A_3 = \left| \frac{2\eta - \beta}{(\beta - 2\eta)(1 - N_{10}) - \delta} \right| \Delta N_{10}. \quad (19)$$

Для условия (10) получим, что:

$$\varepsilon[a] = \left| \frac{1}{\eta - \beta} \right| \Delta\eta + \left| \frac{-1}{\eta - \beta} \right| \Delta\beta. \quad (20)$$

Для условия (9) получим, что:

$$\varepsilon[b] = B_1 + B_2 + B_3; \quad (21)$$

где

$$B_1 = \left| \frac{b}{b^2 - 4ac} \right| \Delta b; \quad (22)$$

$$B_2 = \left| \frac{2c}{b^2 - 4ac} \right| \Delta a; \quad (23)$$

$$B_3 = \left| \frac{-2a}{b^2 - 4ac} \right| \Delta c. \quad (24)$$

Для условия (8) получим, что:

$$\varepsilon[N_3] = \varepsilon[z] = \left| \frac{1}{c} \Delta c \right| + \left| \frac{-1}{b} \Delta b \right| + \left| \frac{\exp(2tz) - 2tz \exp(z) - 1}{\exp(2tz) \cdot (z - 1) + 2 \exp(tz) - z - 1} \right| \Delta z. \quad (25)$$

Особенность условия (25) в том, что предельная относительная ошибка величины  $N_3$ , соответст-

вующей доле лиц, участвующих в протестной акции, будет функцией времени. Это обстоятельство усложняет решение поставленной задачи. Пусть:

$$U = - \frac{\exp(2tz) - 2tz \exp(z) - 1}{\exp(2tz) \cdot (z - 1) + 2 \exp(tz) - z - 1}. \quad (26)$$

Тогда:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} U = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{t(z+1)}{\exp(tz) \cdot (z-1) + z+1} + \frac{2}{(z-1) \cdot [\exp(tz) \cdot (z-1) + z+1]} + \frac{t}{\exp(tz) - 1} - \frac{1}{z-1} \right) = - \frac{1}{z-1}. \quad (27)$$

Для получения этого выражения была использована система компьютерной алгебры DERIVE. Следовательно:

$$\varepsilon[z] = \left| \frac{1}{c} \Delta c \right| + \left| \frac{-1}{b} \Delta b \right| + \left| - \frac{1}{z-1} \right| \Delta z. \quad (28)$$

Очевидно, что исходя из содержательного смысла задачи, этот предельный переход неприемлем для любой из сторон, участвующих в конфликте. Поэтому для решения поставленной задачи, по мнению авторов данного сообщения, следует использовать способ, более отвечающий реальным возможностям определения погрешностей переменных величин и параметров модели. В работе [31] было показано, что для оценки влияния неопределённости при определении исходных данных на неопределённость получаемых результатов целесообразно использовать интервальные вычисления с интервальными числами, определёнными в системе центр – радиус. Основные принципы действий с интервальными числами в этом случае изложены в работе [32]. В работе [33] описан специализированный программный калькулятор для осуществления соответствующих вычислительных операций. Для выполнения вычислений использованы следующие операции: “+”, “-”, “×”, “÷”, “ $e^x$ ”, “ $x^a$ ”.

В соответствии с этими работами рассмотрим множество действительных чисел  $R$ , на котором определим интервальное число  $A$  в виде замкнутого интервала:

$$A = (a, \bar{a}) = (a_1, a_2), \quad \underline{a} \leq \bar{a}; \quad a_1 \leq a_2, \quad (29)$$

и представим в виде:

$$A = \langle a, r_a \rangle, \quad (30)$$

$$\text{где } a = \frac{a_1 + a_2}{2}, \quad r_a = \frac{a_2 - a_1}{2}, \quad a, r_a \in R. \quad (31)$$

В рамках данной работы примем, что границы интервалов, которые ограничивают рассматриваемые числа, образованы вычислительными ошибками, погрешностями измерений или неполным знанием области изменения некоторой физической величины.

Поэтому в условии (30) должны быть выполнены неравенства:

$$a \geq r_a \geq 0, \quad b \geq r_b \geq 0, \quad (32)$$

иначе будем считать, что задача, в рамках наших представлений об исследуемом объекте, физическо-го смысла не имеет.

При применении системы центр-радиус действия сложения и вычитания с интервальными числами выполняют по следующим правилам:

$$A + B = \langle a + b, r_a + r_b \rangle; \quad (33)$$

$$A - B = \langle a - b, r_a + r_b \rangle. \quad (34)$$

Рассмотрим основные арифметические операции в том случае, когда один из операндов – постоянное число.

В системе центр-радиус, постоянное число  $C$  представим в виде  $C = \langle c, 0 \rangle$ . Примем, что  $A = \langle a, r_a \rangle$  и  $B = \langle b, 0 \rangle$ . Тогда операции сложения и вычитания представим в виде:

$$A + B = \langle a + b, r_a \rangle; \quad (35)$$

$$A - B = \langle a - b, r_a \rangle. \quad (36)$$

Операция умножения и деления в системе центр-радиус в виде:

$$\langle a, r_a \rangle \langle b, r_b \rangle = \langle ab + r_a r_b, ar_b + br_a \rangle; \quad (37)$$

$$\frac{\langle a, r_a \rangle}{\langle b, r_b \rangle} = \left\langle \frac{ab + r_a r_b}{b^2 - r_b^2}, \frac{ar_b + br_a}{b^2 - r_b^2} \right\rangle. \quad (38)$$

Для умножения интервального числа, представленного в системе центр-радиус, на постоянную величину примем, что:

$$AB = \begin{cases} \langle a, 0 \rangle \langle b, r_b \rangle = \langle ab, ar_b \rangle, A = \text{const}, B \neq \text{const}; \\ \langle a, r_a \rangle \langle b, 0 \rangle = \langle ab, br_a \rangle, A \neq \text{const}, B = \text{const}. \end{cases} \quad (39)$$

При операции деления интервального числа на постоянное число получим, что:

$$\frac{A}{B} = \frac{\langle a, r_a \rangle}{\langle b, 0 \rangle} = \left\langle \frac{ab}{b^2}, \frac{br_a}{b^2} \right\rangle = \left\langle \frac{a}{b}, \frac{r_a}{b} \right\rangle \quad (40)$$

или

$$\frac{A}{B} = \frac{\langle a, 0 \rangle}{\langle b, r_b \rangle} = \left\langle \frac{ab, ar_b}{b^2 - r_b^2} \right\rangle = \left\langle \frac{ab}{b^2 - r_b^2}, \frac{ar_b}{b^2 - r_b^2} \right\rangle. \quad (41)$$

В нашем случае, исходя из содержательного смысла модели, показатель экспоненты положителен, то, согласно работе [33], численное значение экспоненты будем определять по условию:

$$e^{\langle x, r_x \rangle} = 1 / \left[ \sum_{k=0}^6 \langle a, r_a \rangle_k \langle x, r_x \rangle^k \right]^{-4}, \quad (42)$$

так как

$$\left( x^a = \exp(a \ln x) \right) \Rightarrow \left( \sqrt{x} = \exp\left(\frac{1}{2} \ln x\right) \right). \quad (43)$$

В нашем случае получим, что

$$\sqrt{\langle x, r_x \rangle} = \exp\left(\frac{1}{2} \ln \langle x, r_x \rangle\right). \quad (44)$$

Логарифмическую функцию, следуя работе [33], представим в виде:

$$\ln \langle x, r_x \rangle = \sum_{i=1}^6 \langle a_i, 0 \rangle \left[ \langle -1; 0 \rangle^{i-1} + \frac{\langle 1; 0 \rangle}{\langle x, r_x \rangle^i} \right] \frac{(\langle x, r_x \rangle - \langle 1; 0 \rangle)^i}{\langle i; 0 \rangle}. \quad (45)$$

Коэффициенты  $a_i$ , необходимые для вычисления величины  $\ln \langle x, r_x \rangle$ , приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Значение коэффициентов для приближения функции  $\ln(x)$

$a_1$	0,500000	$a_4$	0,030303
$a_2$	0,227273	$a_5$	0,007576
$a_3$	0,090909	$a_6$	0,0001082

Оценим, используя полученные результаты, предельную относительную погрешность для условия (13). Тогда, используя условие (14) для условия (13) получим, что:

$$\varepsilon[N_{10}] = \left| \frac{\exp(\alpha t)}{N_{10} [N_{10} - \exp(\alpha t) \cdot (N_{10} - 1)]^3} \right| \times \times \Delta[N_{10}] + \left| \frac{t \exp(\alpha t) (1 - N_{10})}{\exp(\alpha t) (N_{10} - 1) - N_{10}} \right| \Delta \alpha. \quad (46)$$

Рассмотрим применение полученных результатов на примере численных данных о значениях параметров модели [6], приведенных в работе [25].

Для прогнозирования доли лиц, не принимающих участие в протестных акциях, величины  $N_{10}$ , используем выражение (13). Примем, что величина  $\alpha = 0,9$ . Результаты вычислений приведены в табл. 2.

Из приведенных в табл. 2 данных следует, что с увеличением продолжительности массовой протестной акции доля лиц, не участвующих в ней, резко уменьшается. Условно примем, что относительная погрешность в определении величин  $N_{10}$  и  $\alpha$  одинакова и равна величине  $\varepsilon = 0,15$ . Тогда при  $N_{10} = 0,4$  используя условие (30) получим, что:

$$[N_{10}] = \langle 0, 4; 0, 06 \rangle = [0, 36; 0, 46];$$

$$[\alpha] = \langle 0, 9; 0, 135 \rangle = [0, 765; 1, 035].$$

Результаты вычислений значений условия (13) и выполненные в интервальном виде представлены в табл. 3.

Для интервального оценивания доли лиц, принимающих участие в протестных акциях, использу-

ем условия (8–11) и границы интервалов, указанные в работе [25]. Эти данные приведены в табл. 4.

Таблица 2 – Прогнозирование доли лиц, не участвующих в протестных акциях

Доля лиц, не участвующих в протестных акциях, $N_{10}$	Продолжительность протестной акции в условных единицах времени, $t$		
	2	4	6
0,2	0,04	0,007	$1 \cdot 10^{-3}$
0,4	0,1	0,02	$3 \cdot 10^{-3}$
0,6	0,6	0,04	$6 \cdot 10^{-3}$
0,8	0,4	0,1	0,017

Таблица 3 – Прогнозирование доли лиц, не участвующих в протестных акциях, выполненное в интервальном виде

	Доля лиц не участвующих в протестных акциях		
	Нижняя граница интервала	Центр интервала	Верхняя граница интервала
2	0,08	0,1	0,124
4	0,015	0,02	0,025
6	0,002	0,003	0,004

Таблица 4 – Интервалы параметров модели, используемой для прогнозирования доли лиц, участвующих в протестных акциях

Границы интервалов параметров модели	Параметры модели					
	$\alpha$	$\beta$	$\eta$	a	b	c
Нижняя граница	0,792	1,869	0,456	-1,947	0,21	0,16
Верхняя граница	1,008	2,331	0,544	-1,353	0,63	0,63

Результаты вычислений показаны на рис. 3. Время протестной акции принято условное. Масштаб времени зависит от масштаба времени, приня-

того при построении модели (8–12). При построении графика на рис. 3 принят условный масштаб времени.

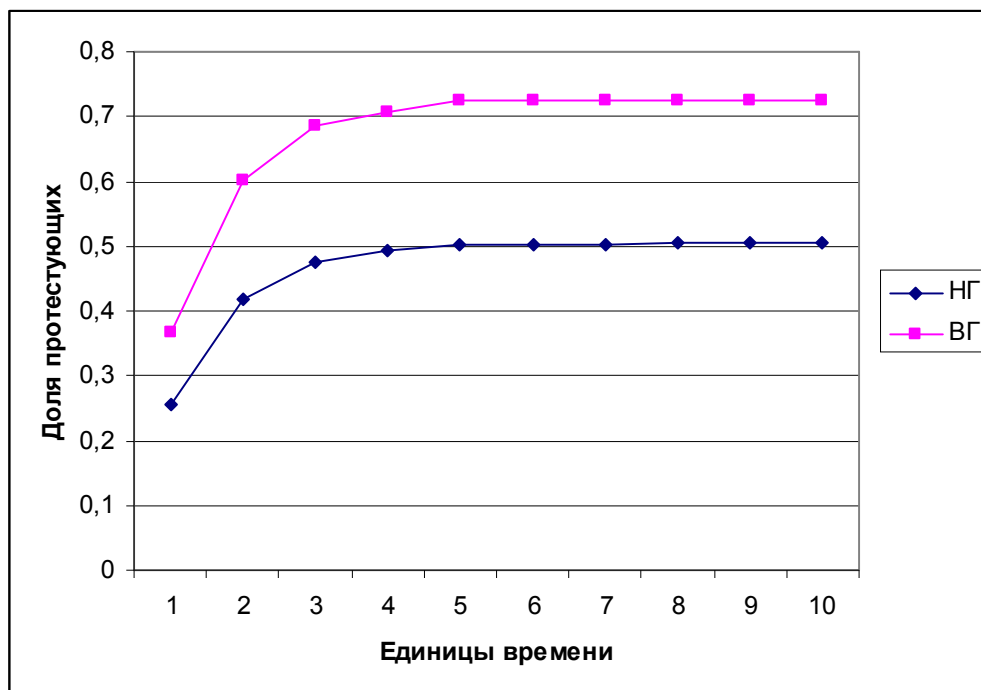


Рис. 3. Интервальное прогнозирование доли лиц, участвующих в протестных акциях: НГ – нижняя граница интервала, ВГ – верхняя граница интервала

Полученные результаты позволяют прогнозировать долю лиц, принимающих активное участие в массовых протестных акциях. Они также могут быть использованы как составная часть программного продукта, предназначенного для планирования органами правопорядка мероприятий по обеспечению безопасности при проведении массовых протестных акций.

### Выводы

1. Выполнен краткий литературный обзор по проблеме моделирования массовых протестных акций. Показано, что изучение этого общественного феномена было начато в конце XIX века. В настоящее время в рассматриваемой проблеме выделено два направления. Первое – социологическое и второе, в котором массовые протестные акции стали предметом изучения методами исследования операций.

2. Показано, что в настоящее время появился такой источник влияния, как социальные сети. Это обстоятельство необходимо учитывать при построении математических моделей массовых протестных акций.

3. Для модели, устанавливающей связь между уровнем ВВП и уровнем социальной напряженности, построена функция эластичности уровня социальной напряженности в обществе по величине относительного уровня величины ВВП.

Показано, что относительное приращение величины ВВП снижает относительный уровень социальной напряженности.

4. Рассмотрена система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая изменение во времени относительного количества участников массовых протестных акций. Для определения погрешностей их определения в результате погрешностей определения численных значений переменных и параметров модели использованы методы приближенных вычислений.

5. Показано, что эти методы приводят к усложнению процесса идентификации модели.

6. Для упрощения определения погрешностей использованы методы интервальных вычислений с числами, определёнными в системе центр – радиус.

7. Получено выражение для степенной функции для аргументов, заданных в системе центр – радиус.

8. Для решений приведенной модели выполнено интервальное оценивание количества участников массовых протестных акций.

9. Полученные результаты позволяют прогнозировать долю лиц, принимающих участие в массовых протестных акциях. Они также могут быть использованы органами правопорядка для планирования мероприятий по обеспечению безопасности при проведении массовых протестных акций.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебон Г. Психология народов и масс / Г. Лебон. – Москва: Академический проспект, 2011. – 238 с.
2. Малапарте К. Техника государственного переворота / К. Малапарте. – Москва: Аграф, 1998. – 224 с.
3. Лайнберджер П. Психологическая война / П. Лайнберджер. – Москва: Воениздат, 1962. – 350 с.
4. Luttwak Edward. Coup d'état: a practical handbook / Edward Luttwak. - Harvard University Press, 1979. – 304 p.
5. Почепцов Г. Революция.com – Основы протестной инженерии / Г. Почепцов. – Москва: ЕВРОПА, 2005. – 520 с.
6. Брехт Б. Театр / Б. Брехт. – Москва: Искусство, 1963. – 518 с.
7. Коротаев А. В. Экономический рост и социально-политическая дестабилизация: опыт глобального анализа / А. В. Коротаев, С. Э. Билюта, А. Р. Шишкина // Полис. Политические исследования. – 2017. – № 2. – С. 155-169. – DOI: <https://doi.org/10.17976/jpps/2017.02.11>.
8. Бодюл Л. В. Теоретичні аспекти моделювання протестного іміджу в соціальній мережі / Л. В. Бодюл // Держава і регіони. – 2016. – № 2 (26). – С. 77-86.
9. Габа О. И. Протестные настроения молодежи: теоретическая и эмпирическая каузальные модели [Электронный ресурс] / О. И. Габа // Информационный гуманитарный портал «Знание. Понимание. Умение». – 2015. – № 1. – С. 43-57. – URL: [http://zpu-journal.ru/e-zpu/2015/1/Gaba\\_Protest-Moods-Youth/](http://zpu-journal.ru/e-zpu/2015/1/Gaba_Protest-Moods-Youth/).
10. Хантингтон С. Политический порядок в меняющихся обществах / С. Хантингтон. – М.: Прогресс-Традиция, 2004.
11. Olson M. Rapid Grows as a Destabilizing Force Economic / M. Olson // Journal of Economic History. – 1963. – Vol. 23, № 4. – P. 529-552.
12. Fogel R. W. The new economic history, its finding and methods / R. W. Fogel // Economic History Reviv. – 1966. – XIX (December 1966). – P. 642-656.
13. Jasny N. Soviet Economists of the Twenties: names to be remembered. – New York: Cambridge University Press, 1972.
14. Святець Ю. А. Кліометрика. Інформаційні технології та інструменти : Підручник для іст. ф-тів вищих навч. закладів / Ю. А. Святець, П. К. Доорн. – Дніпропетровськ: ДДУ, 1998. – 248 с.
15. Святець Ю. А. Кліометрика. Формально-кількісні та математико-статистичні методи : Підручник / Ю. А. Святець. – Дніпропетровськ: вид-во Дніпропетр. ун-ту, 2003. – 384 с.
16. Малинецкий Г. Г. Нелинейная динамика и «историческая механика» / Г. Г. Малинецкий // Общественные науки и современность. – 1997. – № 2. – С. 103-109.
17. Польовий М. А. Нелінійна динаміка сучасних політичних процесів / М. А. Польовий // Вісник Одеського національного університету. Соціологія і політичні науки: Науковий журнал. – 2011. – Т. 16. – Вип. 8. – С. 118-124.
18. Андреев А. Ю. Нелинейная модель стачечного движения: анализ эффектов самоорганизации / А. Ю. Андреев, Л. И. Бородин // Крут идей: электронные ресурсы исторической информатики. Ред. Л. И. Бородин, В. Н. Владимиров. – Москва, 2003. – С. 434-489.
19. Калпак Е. П. Математическая модель стачечного движения в России в начале XX века / Е. П. Калпак, А. И. Бронникова, В. Ю. Полежаев // Молодой учёный. – 2015. – № 3 (83). – С. 4-15.
20. Каменецкий С. Е. О влиянии нелинейных эффектов на стабильность общества / С. Е. Каменецкий, З. Х. Хосаева, Е. К. Бакаева // Математические заметки Северо-Восточного Федерального Университета. – 2015. – Т. 22, № 3. – С. 78-83.



21. Минаев В. А. Обоснование и описание модели динамики информационно-психологических воздействий деструктивного характера в социальных сетях / В. А. Минаев, С. В. Дворянkin // Безопасность информационных технологий. – 2016. – №3. – С. 35-48.
22. Коротаев А. Гипотеза Олсона-Хантингтона о криволинейной зависимости между уровнем экономического развития и социально-политической дестабилизацией: опыт количественного анализа / А. Коротаев, И. Васкин, С. Билуга // Социологическое обозрение. – 2017. – Т. 16. – № 1. – С. 9-49.
23. Басаева Е. К. Математическое моделирование изменения социальной напряженности в СССР в послевоенные годы / Е. К. Басаева, Е. С. Каменецкий, З. Х. Хосаева // Историческая информатика. Информационные технологии и математические методы в исторических исследованиях и образовании. – 2016. – № 1-2. – С. 12-19.
24. Lohman S. The dynamics of informational cascades: the Monday demonstration in Leipzig, East Germany, 1989 – 1991 / S. Lohman // World Politics. – 1994. – Vol. 47, No. 1, P. 42-101.
25. Хосаева З. Х. Математическая модель протестных акций / З. Х. Хосаева // Компьютерные исследования и моделирование. – 2015. – № 6 (Т. 7). – С. 1331-1341.
26. Крылов И. А. Басни / И. А. Крылов; издание подг. А. М. Могилянский – Москва: АН СССР, 1956. – 658 с.
27. Єрмошин М. О. Пропозиції щодо визначення області варіантів участі військової частини внутрішніх військ у припиненні масових заворушень / М. О. Єрмошин, В. В. Шулежко, С. П. Купін, М. М. Романюк // Системи озброєння і військова техніка. – 2011. – № 3 (27). – С. 85-89.
28. Дробаха Г. А. Комплексна модель дій натовпу під час проведення масових заходів / Г. А. Дробаха, Л. В. Розанова, В. Е. Лісцин, В. А. Музичук // Системи обробки інформації. – 2014. – № 8 (124). – С. 177-182.
29. Грешилов А. А. Математические методы принятия решений: учебное пособие для вузов / А. А. Грешилов. – Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 584 с.
30. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – М.: Наука, 1966. – 664 с.
31. Дубницький В. Ю. Оценка влияния неопределённости исходных данных на определённость результатов косвенных измерений / В. Ю. Дубницький, А. М. Кобылин, О. А. Кобылин // Системи управління, навігації та зв'язку. – Полтава: ПНТУ, 2016. – Вип. 1. – С. 47-51.
32. Жуковська О. А. Основи інтервального аналізу / О. А. Жуковська. – К.: Освіта України, 2009. – 136 с.
33. Дубницький В. Ю. Вычисление значений элементарных и специальных функций с интервально заданным аргументом, определённым в системе центр-радиус / В. Ю. Дубницький, А. М. Кобылин, О. А. Кобылин // Прикладная радиоэлектроника. – 2017. – Т. 16, № 3-4. – С. 147-154.

## REFERENCES

1. Le Bon, Gustave (2011), *The psychology of nations and the masses*, Akademicheskij prospect, Moscow, 238 p.
2. Malaparte, K. (1998), *Technology coup d'état*, Agraf, Moscow, 224 p.
3. Laynberdzher, P. (1962), *Psychological warfare*, Military Publishing, Moscow, 350 p.
4. Luttwak, Edward (1979), *Coup d'état: a practical handbook*, Harvard University Press, Cambridge, 304 p.
5. Pocheptsov, G. (2005), *Revolution.com - The basics of protest engineering*, Publishing House "EUROPE", Moscow, 520 p.
6. Brekht, B. (1963), *Theater*, Publishing House "Iskusstvo", Moscow, 518 p.
7. Korotayev, A.V., Bilyuta, S.E. and Shishkina, A.R. (2017), "Economic growth and socio-political destabilization: the experience of global analysis", *Polis: Journal of Political Studies*, No. 2, pp. 155-169, DOI: <https://doi.org/10.17976/jpps/2017.02.11>.
8. Bodiul, L.V. (2016), "Theoretical aspects of modeling a protest image in a social network", *State and regions*, No. 2 (26), pp. 77-86.
9. Gaba, O.I. (2015), "Protest Moods of Youth: Theoretical and Empirical Causal Models", *Knowledge. Understanding. Skill*, No. 1, pp. 43-57, available at: [www.zpu-journal.ru/e-zpu/2015/1/Gaba\\_Protest-Moods-Youth](http://www.zpu-journal.ru/e-zpu/2015/1/Gaba_Protest-Moods-Youth), (accessed 9 September 2018).
10. Khantington, S. (2004), "Political order in changing societies", Publishing House "Progress-Traditsiya", Moscow.
11. Olson, M. (1963), "Rapid Grows as a Destabilizing Force Economic", *Economic History*, Vol. 23, No 4, pp. 529-552.
12. Fogel, R.W. (1966), "The new economic history, its finding and methods", *Economic History Review*, XIX, pp. 642- 656.
13. Jasny, Naum (1972), *Soviet Economists of the Twenties: names to be remembered*, Cambridge University Press, New York.
14. Sviatets, Yu.A. and Doorn, P.K. (1998), *Clometric: Information Technology and Tools*, Publishing House of Dnepropetrovsk State University, Dnepropetrovsk, 248 p.
15. Sviatets, Yu.A. (2003), *Clometric: Formal-quantitative and mathematical-statistical methods*, Publishing House of Dnepropetrovsk State University, Dnepropetrovsk, 384 p.
16. Malinetskiy, G.G. (1997), "Nonlinear dynamics and "historical mechanics", *Social sciences and modernity*, No. 2, pp. 103-109.
17. Polovyi, M.A. (2011), "Nonlinear Dynamics of Modern Political Processes", *Bulletin of Odessa National University. Sociology and political science. Scientific Journal*, Vol. 16 (8), pp. 118-124.
18. Andreyev, A.Yu. and Borodkin, L.I. (2003), "Nonlinear Model of Strike Movement: Analysis of the Effects of Self-Organization", *Circle of ideas: electronic resources of historical informatics*, pp. 434-489.
19. Kalpak E.P., Bronnikova, A.I. and Polezhayev, V.Yu. (2015), "Mathematical model of the strike movement in Russia at the beginning of the 20th century", *Molodoy uchenyy*, No. 3 (83), pp. 4-15.
20. Kamenetskiy, S.E., Khosayeva, Z.Kh. and Bakayeva, E.K. (2015), "On the influence of nonlinear effects on the stability of society", *Matematicheskiye zametki Severo-Vostochnogo Federalnogo Universiteta*, Vol. 22, No. 3, pp. 78-83.
21. Minayev, V.A. and Dvoryankin, S.V. (2016), "Justification and description of the model of the dynamics of information-psychological effects of destructive nature in social networks", *Bezopasnost informatsionnykh tekhnologiy*, No. 3, pp. 35-48.
22. Korotayev, A., Vaskin, I. and Bilyuga, S. (2017), "Olson-Huntington hypothesis on the curvilinear relationship between the level of economic development and socio-political destabilization: the experience of quantitative analysis", *Russian Sociological Review*, Vol. 16, No. 1, pp. 9-49.
23. Basayeva, E.K., Kamenetskiy, E.S. and Khosayeva, Z.Kh. (2016), "Mathematical Modeling of Social Tension Change in Postwar USSR", *Istoricheskaya informatika. Informatsionnyye tekhnologii i matematicheskiye metody v istoricheskikh issle-*

- dovaniyakh i obrazovanii*, No. 1-2, pp. 12-19, available at: [www.kleio.asu.ru/2016/1-2/hcsj-122016\\_12-19.pdf](http://www.kleio.asu.ru/2016/1-2/hcsj-122016_12-19.pdf) (accessed 9 September 2018).
24. Lohman, S. (1994), The dynamics of informational cascades: the Monday demonstration in Leipzig, East Germany, 1989 – 1991, *World Politics*, Vol. 47, No. 1, pp. 42-101.
  25. Khosayeva, Z.Kh. (2015), “Matematicheskaya model protestnykh aktsiy” [Mathematical model of protest actions], *Computer Studies and Modeling*, Vol. 7, No. 6, pp. 1331-1341.
  26. Krylov, I.A. (1956), *Fables*, Publication of the Academy of Sciences of the USSR, Moscow, 658 p.
  27. Yermoshyn, M.O., Shulezhko, V.V., Kupin, S.P. and Romaniuk, M.M. (2011), “Proposals for determining the scope of options for participation of the military unit of internal troops in stopping the riots”, *Systems of Arms and Military Equipment*, No. 3(27), pp. 85-89.
  28. Drobakha, H.A., Rozanova, L.V., Lisitsyn, V.E. and Muzychuk, V.A. (2014), “Kompleksna model dii natovpu pid chas provedennia masovykh zakhodiv” [Comprehensive model of action of the crowd during mass events], *Information Processing Systems*, Vol. 8(124), pp. 177-182.
  29. Greshilov, A.A. (2006), *Mathematical methods of decision-making*, Bauman MSTU, Moscow, 584 p.
  30. Demidovich, B.P. and Maron, I.A. (1966), *Fundamentals of Computational Mathematics*, Nauka, Moscow, 664 p.
  31. Dubnitskiy, V.Yu., Kobylin, A.M. and Kobylin, O.A. (2016), “Estimation of the influence of the uncertainty of the initial data on the determination of the results of indirect measurements”, *Systems of control, navigation and communication*, Vol. 1, pp. 47-51.
  32. Zhukovska, O.A. (2009), *Fundamentals of interval analysis*, Osvita Ukrainy, Kyiv, 136 p.
  33. Dubnitskiy, V.Yu., Kobylin, A.M. and Kobylin, O.A. (2017), “Calculation of elementary and special function values with interval stated argument determined in center-radius system”, *Applied Radio Electronics*, Vol. 16, No. 3-4, pp. 147-154.

Надійшла (received) 16.09.2018

Прийнята до друку (accepted for publication) 14.11.2018

### Інтервальне оцінювання кількості учасників масових протестних акцій

В. Ю. Дубницький, Г. Г. Зубрицька, А. М. Кобилін

Виконано стислий огляд публікацій щодо моделювання масових протестних акцій. Показано, що вивчення цього суспільного феномена було розпочато в кінці XIX століття. В даний час в зазначеній проблемі виділилося два напрямки. Перший - соціологічний і другий, в якому масові протестні акції стали предметом вивчення методами дослідження операцій. Також показано, що в даний час з'явився таке джерело впливу, як соціальні мережі. Це обумовлює необхідність їх врахування при побудові математичних моделей масових протестних акцій. Для моделі, що встановлює зв'язок між рівнем ВВП та рівнем соціальної напруженості, побудовано функцію еластичності рівня соціальної напруженості в суспільстві за величиною відносного рівня величини ВВП. Показано, що відносне збільшення величини ВВП знижує щодо відносний рівень соціальної напруженості. Розглянуто систему нелінійних диференціальних рівнянь, що описує зміну в часі відносної кількості учасників масових протестних акцій. Для визначення похибок їх визначення в результаті похибок визначення чисельних значень змінних і параметрів моделі використані методи наближених обчислень. Показано, що ці методи приводять до ускладнення процесу ідентифікації моделі. Для спрощення визначення похибок використаного методу інтервальних обчислень з числами, що визначені в системі центр - радіус. Отримано вираз для статичної функції для аргументів, заданих в системі центр - радіус. Для рішень наведеної моделі виконано інтервальне оцінювання кількості учасників масових протестних акцій. Отримані результати дозволяють прогнозувати частку осіб, які беруть участь в масових протестних акціях. Вони також можуть використовуватись органами правопорядку для планування заходів щодо забезпечення безпеки при проведенні масових протестних акцій.

**Ключові слова:** масові протестні акції; нелінійні диференціальні рівняння; методи обчислень; теорія похибок; інтервальні обчислення.

### Interval estimation of the number of participants of mass protest actions

V. Dubnitskiy, H. Zubrytska, A. Kobylin

A brief literature review on the issue of modeling mass protest actions has been carried out. It is shown that the study of this public phenomenon was begun at the end of the XIX century. At present, there are two directions in this problem. The first is a sociological and the second, in which mass protest actions have been the subject of study by methods of operations research. It is shown that at present there is such a source of influence as social networks. This circumstance must be considered when constructing mathematical models of mass protest actions. The function of the elasticity of the level of social tension in society by the magnitude of the relative level of GDP is built for a model that establishes a relationship between the level of GDP and the level of social tension. It is shown that the relative increment of the level of GDP decreases the relative level of social tension. The system of nonlinear differential equations describing the time variation of the relative number of participants in mass protest action has been considered. The method approximate calculations were used to determine the errors of the numerical values of the variables and parameters of the model. It is shown that these methods lead to the complication of the model identification process. The methods of interval calculations with the numbers determined in the center – radius system are used to simplify the determination of errors. An expression for the power function is obtained for the arguments specified in the center – radius system. Interval estimation of the number of participants in mass protest actions is carried out to estimate the model. The obtained results make it possible to predict the proportion of people participating in mass protest actions. They may also be law enforcement agencies to plan security activities during mass protest actions.

**Keywords:** mass protest actions; nonlinear differential equations; methods of calculation; theory of errors; interval calculations.