

Д. Г. Волошин, В. О. Бречко, С. Г. Семенов

Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут”, Харків, Україна

## МЕТОД КОМПОЗИЦІЇ МАРШРУТУ БЕЗПЛОТНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ У ПРОСТОРІ

**Анотація.** Стаття присвячена розробці методу композиції маршруту безпілотного літального апарату у тривимірному просторі. Основною відмінністю представленого методу є комплексне врахування особливостей навколишнього середовища, що відображає можливі перешкоди (активні або пасивні) та інші обмеження задачі при композиції маршруту безпілотного літального апарату в тривимірному просторі. Це дозволило підвищити безпеку виконання завдання у автономних умовах польоту. У статті проведено аналіз основних підходів композиції маршрутів безпілотного літального апарату у просторі. Зроблено висновок про недоліки двовимірного уявлення. У методі представлено чотири етапи виконання завдання. Це етап моделювання навколишнього середовища, що відображає можливі перешкоди (активні чи пасивні) та інші обмеження завдання. Етап побудови розширеного графу маршрутів пересування безпілотного літального апарату у просторі. Відмінністю цього етапу є адаптивне врахування просторового розташування активних перешкод у просторі. Наступний етап це етап пошуку маршруту, що з'єднує стартову точку з кінцевою і обходить всі перешкоди та дає можливість побудови початкового маршруту у вигляді ламаної лінії, яка формується послідовністю шляхових точок, і з'єднує стартову точку з кінцевою, минаючи перешкоди. Останнім є етап отримання кінцевого результату, який забезпечується згладжуванням отриманої ламаної лінії. У цій частині методу композиції для вирішення задачі згладжування траєкторії руху безпілотного літального апарату у просторі на обраному маршруті доведено доцільність використання методу нерівномірного кубічного B-сплайну. За допомогою цього методу поставлено та вирішено завдання вибору та оптимізації параметра згладжування.

**Ключові слова:** безпілотний літальний апарат; імітаційна модель; безпека; траєкторія польоту.

### Вступ

У сучасному світі безліч завдань цивільного та військового призначення вирішуються з безпілотними літальними апаратами (БПЛА). Це дозволяє підвищити ефективність вирішення задач. Один з найважливіших завдань у практиці застосування БПЛА є побудовою маршруту переміщення. Особливо актуальною ця задача стає в умовах зовнішніх деструктивних дій при переході в автономний режим польоту. Завдання ускладнюється необхідністю врахування множини факторів, пов'язаних з активними та пасивними перешкодами, складністю ландшафтної складової та жорсткими вимогами до часових та ймовірнісних показників цільового використання БПЛА. Тому розробка методу композиції маршруту БПЛА у просторі з урахуванням особливостей навколишнього середовища та зовнішніх факторів – актуальна задача.

**Аналіз літературних даних.** Аналіз літератури показав, що композиції маршруту БПЛА у просторі в складній екологічній обстановці присвячено ряд робіт [1-3]. Серед них можна виділити підхід, заснований на теорії графів [1]. Основним достоїнством цієї розробки є простота і ясність реалізації, однак ефективність використання цієї розробки на практиці знижується необхідністю врахування багатьох факторів впливу та великими часовими витратами на побудову маршрутів.

Також існує ряд розробок пов'язаних з використанням методів штучного інтелекту. Серед них можна виділити роботу [2]. Однак, використання запропонованих у цій роботі підходів, для вирішення всіх завдань композиції маршрутів, також вимагає великих обчислювальних та часових витрат.

Можна відзначити роботи в яких детально описані методи планування шляху в двовимірному просторі.

Ці методи будуються на основі графів і дерев [3, 4], біологічного інтелекту [5, 6], потенційних полів [7, 8] і т.і. Однак композиція маршруту у трьохвимірному просторі є більш складною задачею, що вимагає додаткових досліджень.

### 1. Розроблення методу композиції маршруту БПЛА у просторі

Проведені дослідження показали, що композиція маршруту є комплексною задачею, в якій маршрут від початкової точки до кінцевої точки прокладається з урахуванням низки обмежень, що забезпечують обхід перешкод. На відміну від композиції маршруту у двовимірному просторі, композиція у трьох вимірах є складнішою. Це пов'язано з тим, що у тривимірному випадку моделювання навколишнього простору, пошук оптимального шляху, а також безпосередньо композиція маршруту виконуються з урахуванням тривимірних перешкод, які можуть бути активними (наприклад, засоби протиповітряної оборони), і пасивними (елементи ландшафту). Це потребує великих обчислювальних ресурсів.

У процесі розв'язання задачі композиції маршруту можна виділити чотири етапи.

На першому етапі необхідно провести моделювання навколишнього середовища, що відображає можливі перешкоди (активні чи пасивні) та інші обмеження завдання. На другому етапі будується розширений граф маршрутів пересування БПЛА у просторі (дорожня карта маршрутів).

На третьому етапі, виходячи з моделі навколишнього середовища, проводиться пошук маршруту, що з'єднує стартову точку з кінцевою і обходить всі перешкоди. Це дає можливість побудови початкового маршруту у вигляді ламаної лінії, яка формується послідовністю шляхових точок, і з'єднує стартову точку з кінцевою, минаючи перешкоди.

На четвертому етапі, для отримання остаточного результату, виконується процес згладжування отриманої ламаної лінії.

### 1.1 Модель навколишнього середовища

З низки джерел [9, 10, 11] відомо, що в даний час існує кілька основних принципів представлення даних для зберігання інформації про ландшафти.

Перший – використання регулярної сітки висот (або інша назва – Карта Висот – HeightMap) [9].

Другий – використання іррегулярної сітки вершин і зв'язків, що їх з'єднують (тобто зберігання простої триангульованої карти) [10].

Третій – зберігання карти ландшафту, але в даному випадку зберігаються не конкретні висоти, а інформація про використаний блок. І тут створюється кілька заздалегідь побудованих сегментів, але в карті вказуються лише індекси цих сегментів [11].

Проведені дослідження представлених принципів дозволили виявити їх основні переваги та недоліки. Так, серед переваг методів карти висот можна виділити таке:

- наочність, у будь-якій програмі перегляду графічних файлів можна відразу побачити всю інформацію;

- можливість зберігання відомостей не лише про висоту, а й про інші особливості ландшафту;

- легкість знаходження координат та ін.

У свою чергу використання іррегулярної сітки вершин та зв'язків у порівнянні з методами карти висот використовується значно менше інформації для побудови ландшафту. Необхідно зберігати значення висот кожної вершини і зв'язки, що ці вершини з'єднують. Це дає вигоду у швидкості при передачі величезних масивів інформації по AGP, у процесі візуалізації ландшафту.

У третьому з наведених способів також використовуються карти висот. Тільки замість висот у ній зберігаються індекси ландшафтних сегментів. Як ці сегменти представлені, в принципі, не грає ролі. Вони можуть бути і регулярними, і іррегулярними (причому можна використовувати ті й інші одночасно). Це дає такі переваги:

- можливість представлення величезних відкритих просторів;

- крім самих ландшафтів у таких блоках можна зберігати й інформацію про будинки, будівлі, рослини, специфічні ландшафтні рішення (наприклад, печери або скелі, що нависають один над одним);

- можливість створення кількох варіантів одного і того ж сегмента, але з різним ступенем деталізації. Залежно від швидкості або завантаженості комп'ютера можна вибирати більш менш деталізовані варіанти (так звані LOD ландшафти – LOD – Level Of Detail).

Виходячи із зазначеного, можна зробити висновки про доцільність використання методів карти висот. При цьому можливі різні варіанти їх використання (або в регулярній формі або у формі зберігання індексів ландшафтних сегментів).

Дуже важливим питанням при моделюванні довкілля є вибір методу генерації ландшафту.

Проведені дослідження показали, що в даний час напрацьовано значні теоретичні матеріали [11-13] і розробники пропонують безліч різних методів генерації ландшафтів (пагорбовий метод [12], метод висотного шуму [11], фрактальні методи [13] та ін.). Однак, ряд переваг фрактальних методів (генерація ландшафтів підвищеної складності, продовження ландшафтів у довільному напрямку, можливість урахування особливостей поверхонь за допомогою процедур фільтрації та ін.) дозволили зробити висновок про доцільність використання цих методів генерації.

Розроблена модель довкілля складається із трьох етапів: генерація карти низької частоти, адаптація карти до реальних умов ландшафту за допомогою фрактального шуму, накладення сітки моделі.

На першому етапі карта рельєфу представляється у вигляді множини

$$\mathcal{S} = H(i, j), i = 1, 2, \dots, h, j = 1, 2, \dots, w,$$

де  $w$  і  $h$  – розміри карти. Ця множина визначає висоти рельєфу  $H(i, j)$  в точці з координатами  $(j, i)$ . Карта рельєфу містить базові елементи, які визначаються деяким набором параметрів: степовий ландшафт, лісовий ландшафт, гірський ландшафт, водний ландшафт, засніжений ландшафт. Конттури цих елементів визначаються за допомогою фрактальних ліній, а висоти в точках отримуються в результаті обчислення різних функцій, що залежать від віддаленості точок від контурних ліній.

На другому етапі виконується генерація і накладення фрактального шуму для перекриття відсутніх частот представлення ландшафту. Ця генерація частот, що залишилися, від  $1/20 \text{ м}^{-1}$  здійснюється за допомогою шумової функції. При цьому два набори частот шуму визначається за допомогою виразів:

$$f_{\ell} = f_{\ell, i} = \frac{2^{i-1}}{\text{resol}}; \quad (1)$$

$$f_h = (f_{h, j}) = \frac{2^{j+n_i}}{\text{resol}}, \quad (2)$$

де  $n_{\ell} = \lfloor \log_2 2 \cdot \text{resol} \rfloor$ ,  $n_h = \lfloor \log_2 (p_w^{-1} 2^{-n_i} \cdot \text{resol}) \rfloor$ ,

$p_w$  – розмір фрагменту, що виводиться, в метрах;

$i = 0, 1, \dots, n_{\ell}$ ,  $j = 0, 1, \dots, n_h$ .

Використовуючи низку розробок авторів [14] можна визначити шумову функцію:

$$N(X, t) = \sum_{i=0}^{n_i} \frac{2}{f_i} P(f_i X) (I_S(f, x_1, x_2)) + (I_R(f, x_1, x_2)), \quad (3)$$

$$I_S(f, x_1, x_2) = \left( 1 - \sqrt{\frac{\min(f, f_{\max}) - f_{\ell_0}}{f_{\max} - f_{\ell_0}}} \right) \left( 1 - \cos(\pi S'_{x_1, x_2}) \right)^2$$

– функція впливу ухилу;

$$I_R(f, x_1, x_2) = \sqrt{\frac{\min(f, f_{\max}) - f_{\ell_0}}{f_{\max} - f_{\ell_0}}} (0,9R'_{x_1, x_2} + 0,1)$$

– функція впливу нерівностей;

$S'_{x_1, x_2}$  і  $R'_{x_1, x_2}$  – значення, що отримуються з карти

ухилу  $\mathfrak{S}=(S_{i,j})$  і карти нерівностей  $\mathfrak{R}=(R_{i,j})$  за допомогою білінійної інтерполяції;  $R_{i,j}$  – середньоквадратичне відхилення значень високочастотної складової висот на околиці точки  $H_{i,j}$  розміром  $9 \times 9$ ;

$$S_{i,j} = \frac{2 \arccos(n_{ij,z})}{\pi}; \quad n_{ij} = (n_{ij,x}, n_{ij,y}, n_{ij,z}) - \text{нормаль до}$$

низькочастотної складової  $\mathfrak{S}$  в точці  $(i, j)$ ;  $P(X)$  – тривимірний шум Перлина,  $X = (x_1, x_2, x_3)$ ;

$$f_{\max} = 20M^{-1}. \text{ На третьому етапі при накладенні сітки}$$

моделі використовуємо карту рельєфу  $\mathfrak{S} = H(i, j)$ ,

шумову функцію  $N(X, t)$  та набір низьких частот

$$f_\ell. \text{ При цьому визначимо функцію щільності поверх-$$

хні  $v(X) = x_3 - H_{x_1, x_2} + N(X, \ell)$ , де значення

$H_{x_1, x_2}$  отримане з  $\mathfrak{S}$  в результаті білінійної інтерпо-

ляції. Якщо  $v(X) = 0$  поверхня рельєфу, що генеру-

ється, то у випадку коли  $v(X) > 0$  точка  $X$  знахо-

диться над поверхнею ландшафту. Якщо апрокси-

мувати поверхню  $v(X) = 0$  трикутними гранями, а

як алгоритм триангуляції обрати алгоритм марши-

руючих кубів, результатом роботи цього алгоритму

стане набір вершин, що утворюють трикутні грані,

які апроксимують поверхню, що шукається. В ре-

зультаті роботи алгоритму утворюються кілька ізоль-

ованих поверхонь. Усі поверхні, крім тієї, що

містить найбільше трикутників, видаляються. Також

для кожної вершини обчислюється нормаль до по-

верхні. Дуже важливими елементами моделі навко-

лишнього середовища є активні перешкоди. Ці пе-

решкоди повинні імітувати засоби ППО (активні чи

пасивні). У моделі, що розробляється, елементи

активних перешкод візуалізуються за допомогою

пірамід червоного кольору. Розмір пірамід зменшу-

ється з віддаленням об'єктів на тривимірній карті.

Приклад моделі навколишнього середовища з

пасивними та активними елементами представлений

на рис. 1.

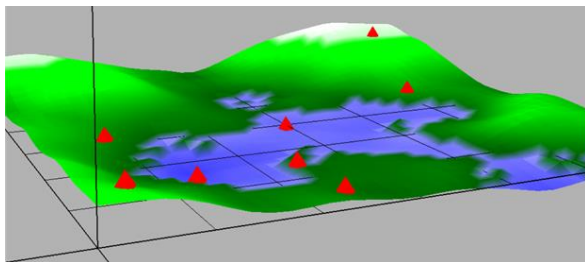


Рис. 1. Ілюстрація моделі навколишнього середовища

## 1.2. Побудова розширеного графа маршрутів пересування БПЛА у просторі

Для побудови розширеного графа маршрутів пересування БПЛА у просторі (дорожньої карти маршрутів) візьмемо за основу модифікацію методу дорожньої карти ймовірності, описану в роботі [15]. Ця модифікація адаптована до умов присутності активних перешкод на карті місцевості.

У класичному методі ймовірнісної дорожньої карти [16] процес генерації шляхових точок відбува-

ється в такий спосіб. У просторі побудови моделі навколишнього середовища точка вибирається з використанням рівномірного закону розподілу. Якщо ця точка потрапляє в активну перешкоду, вона виключається з дорожньої карти. В іншому випадку вона залишається в пулі можливих точок маршруту. В результаті такої процедури відбору ми отримуємо вибірку для рівномірного розподілу у вільній області навколишнього середовища.

Недоліком такого підходу є відсутність адаптивного обліку просторового розташування активних перешкод і, таким чином, можливі втрати потенційно раціонального простору установки шляхових точок у просторі. Це значною мірою знижує можливість алгоритмів знаходження оптимального маршруту надалі.

Для усунення цього недоліку авторами [15] пропонується модифікація методу встановлення та вибору шляхових точок, звана методом хвильового поширення. Можна виділити його основні етапи.

Суть установки та вибору шляхових точок полягає в наступному. В області дорожньої карти на підставі горизонтальної площини  $XOY$ , на якій розташовані перешкоди, використовується полярна система координат. Її початкова точка – це проекція стартової точки на основу  $XOY$ , а полярна вісь спрямована від стартової точки до проекції на основу  $XOY$  кінцевої точки. Як шляхові точки пропонується вибрати точки в просторі, проекції яких на основу  $XOY$  знаходяться на концентричних колах з центром у стартовій точці. Радіуси концентричних кіл вибираємо з фіксованим кроком  $dr = D/N$ , де  $D$  – відстань між проекціями початкової і кінцевої точок;  $N$  – кількість кіл. Таким чином, коло з номером  $n$  має радіус  $r_n = dr \cdot n$ . Таким же регулярним чином вибираємо точки на колах, причому довжини дуг між сусідніми точками на різних колах повинні бути близькими. Координати проекції шляхової точки описуються як:

$$\begin{aligned} x_{nm} &= x_0 + dr \cdot n \cdot \cos \frac{2\pi m}{k_n}, \\ y_{nm} &= y_0 + dr \cdot n \cdot \sin \frac{2\pi m}{k_n}, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $n \leq N$  – номер концентричного кола;  $m \leq k_n$  – номер точки на колі;  $k$  – параметр, що регулює кількість точок на колі (на колі з номером  $n$  обираються  $k_n$  точок).

Параметри і визначають щільність точок на горизонтальній площині, які розташовані регулярно і рівномірно. Характерними відстанями у цьому наборі є  $dr$  і  $2\pi/k$ . Приклад вибору точок хвильовим методом представлений на рис. 2, а.

Висоти шляхових точок визначаються з урахуванням карти висот. Якщо  $h_{\max}$  – максимальна висота області дорожньої карти, а  $h_{nm} = h(x_{nm}, y_{nm})$  – значення карти висот точки  $(x_{nm}, y_{nm})$ , то третя координата шляхової точки – випадкова величина, рівномірно розподілена на відрізку  $[h_{nm}, h_{\max}]$ . Використовуючи датчик псевдовипадкових чисел  $rand$ ,

що дає значення на відрізку  $[0,1]$ , отримаємо вираз для розрахунку висоти.

$$H_{nm} = h_{nm} + rand(h_{\max} - h_{nm}). \quad (5)$$

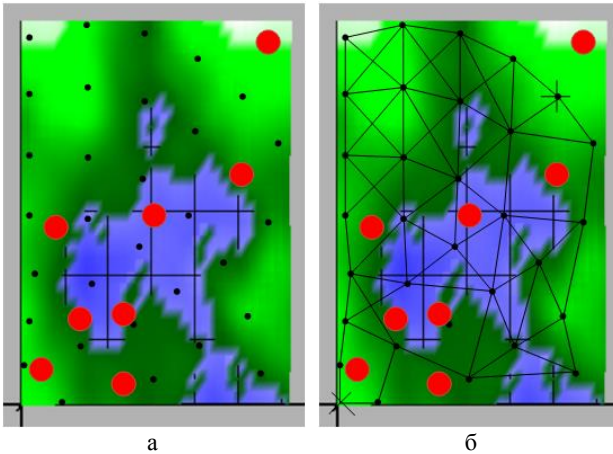


Рис. 2. Ілюстрації:

- а – прикладу вибору точок хвильовим методом  
б – розширений граф маршрутів пересування БПЛА

У деяких випадках, коли  $h_{\max} \leq \max(H_{nm})$ , встановлення точки стає неможливим. Такі точки виключаються з множини шляхових.

Більшість алгоритмів пошуку з'єднань точок та побудови графа передбачають перегляд усіх пар шляхових точок. Це може аргументовано вибрати оптимальний маршрут руху. Однак, на практиці, при пересуванні БПЛА таке трудомістке завдання може значно збільшити час композиції маршруту. Тому в роботі пропонується для кожної точки в якості пари переглядати тільки точки розташовані на відстані  $l \leq l_{\text{доп}}$  менше від допустимого. Вибір значення  $l_{\text{доп}}$  можна виконати за допомогою алгоритму пошуку з'єднання точок, представленого у роботі [17].

При побудові дорожньої карти частина витрат часу йде на перевірку можливих зіткнень із перешкодами. При цьому універсальним способом виявлення колізій відрізка прямої є перевірка деякого набору точок відрізка на приналежність до перешкод. Можна виділити два підходи до виділення набору точок, що перевіряються [17]: зростаючий і бінарний. У зростаючому підході точки на відрізку розташовуються регулярно від одного кінця до іншого. У бінарному підході використовують метод поділу навпіл – перевіряється можливе зіткнення з перешкодами у середині відрізка і далі процес повторюється для окремих частин відрізка. За відсутності колізій процес поділу навпіл зупиняється, якщо відстань між сусідніми точками стає меншою за задане значення. Ілюстрація розширеного графа маршрутів пересування БПЛА представлена рис. 2, б.

### 1.3. Пошук найкоротшого шляху у розширеному графі маршрутів пересування БПЛА

Ще одним завданням у загальній структурі завдань розробки комплексу моделей композиції маршруту БПЛА у просторі є пошук найкоротшого шляху у розширеному графі маршрутів пересування БПЛА. Це завдання вирішувалося з використанням алгоритму

$A^*$ , який є розвитком алгоритму Дейкстри [18]. З багатьох джерел відомо, що алгоритм Дейкстри доцільно використовувати при пошуку найкоротшого шляху від одного виток до множини стоків. Проте час, що витрачається на дослідження всіх напрямів, зокрема і безперспективних, досить великий. У свою чергу алгоритм  $A^*$  – модифікація алгоритму Дейкстри, оптимізована для пошуку шляху в задану кінцеву точку. Даний алгоритм пріоритетизує маршрути, що є найбільш раціональними рішеннями, за допомогою процедури модифікації функції вартості графа. Це дозволяє зменшити час на пошук оптимального маршруту.

Функцію модифікації функції вартості графа можна представити наступним чином:

$$F(v) = S(v) + e(v), \quad (6)$$

де  $S(v)$  – функція вартості досягнення даної вершини з початкової (як в алгоритмі Дейкстри);  $e(v)$  – евристична функція оцінки відстані від даної точки до кінцевої точки, зазвичай дорівнює відстані між двома точками в якій-небудь нормі.

Алгоритм  $A^*$  працює аналогічно алгоритму Дейкстри. Проте вибір чергової вершини проводиться за значенням функції  $F(v)$ , причому проглядаються не всі вершини, лише частина, значення функції вартості яких потрапляють у допустимі межі. Таким чином, в результаті виконання трьох етапів отримуємо ламану, що з'єднує початкову та кінцеву точки по послідовності шляхових точок. Це допустимий шлях, який має властивість відносної оптимальності як найкращий шлях у побудованому графі.

### 1.4. Модель згладжування ламаної лінії в середовищі з активними та пасивними перешкодами

Після того, як побудована ламана лінія (найкоротший шлях), що з'єднує стартову та кінцеву точки, необхідно провести процедуру згладжування, яка в результаті і дасть гладку криву, вздовж якої доцільно виконувати поставлене БПЛА завдання. Однією з наукових задач при цьому є задача виконання згладжування траєкторії таким чином, щоб для гладкого шляху збереглася умова відсутності перетину з активними та пасивними перешкодами. При цьому необхідно врахувати фактор радіусу дій активних перешкод (що може змінити криву згладжування).

Проведені дослідження показали, що в даний час використовується ряд підходів розрахунку траєкторії, що згладжує. Відносно простим підходом є локальний, при якому процедура згладжування виконується лише в околицях вузлів ламаної лінії. В даному підході можна контролювати можливі перетини з перешкодами. При цьому точність розрахунків залишається у допустимих нормах. Наприклад, достатньо знати відстань від вузла ламаної до найближчої перешкоди, вона визначає ту околицю, в якій можна виконати згладжування з гарантованою відсутністю перетинів з перешкодами.

Аналіз літератури дозволив виділити низку методів, що реалізуються в рамках концепції локального згладжування (метод Dubins, метод полярних багаточленів, кубічні криві Безьє, нерівномірні кубі-

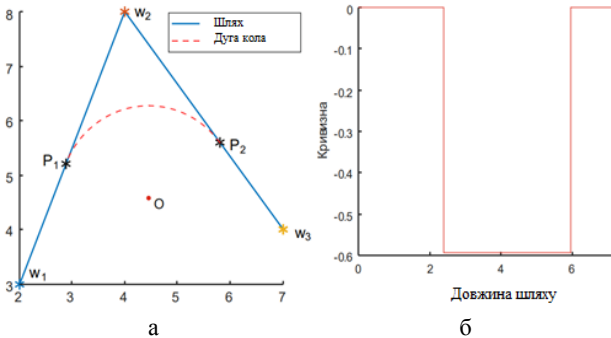


чні B-сплайн і ін.). Метод Dubins полягає у заміні прилеглих до кута ламаної частин відрізків дугою кола (рис. 3), і забезпечує лише перший порядок гладкості, кривизна кривої виявляється розривною, розриви виникають у точці з'єднання.

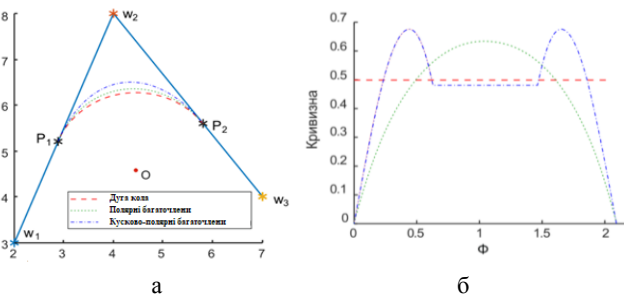
Для вирішення проблеми з розривом кривизни шляху можна використовувати інші криві, наприклад, полярні багаточлени [17] – багаточлени, записані в полярних координатах:

$$r(\varphi) = a_0 + a_1\varphi + a_2\varphi^2 + a_3\varphi^3 + a_4\varphi^4.$$

Порівняння результатів згладжування за допомогою дуги кола, полярного багаточлена та кусково-полярного багаточлена представлено на рис. 4.



**Рис. 3.** Згладжування ламаної за методом Dubins: а – ламана та згладжена крива; б – зміни кривизни вздовж згладженої кривої

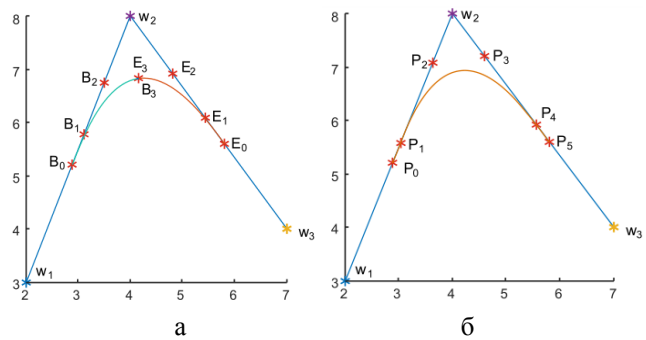


**Рис. 4.** Згладжування шляху методом полярних багаточленів: а – згладжені криві, отримані трьома методами; б – порівняння кривизни трьох видів згладженої кривої

Полярна система координат в даному випадку задається наступним чином: початок системи координат міститься в точку  $P_1$  – центр згладжуючого кола (рис. 4. а), а початкова вісь поєднується з радіусом згладжуючого кола, що йде в точку. Полярний багаточлен повинен відповідати положенням початкової і кінцевої точок (точок торкання ліній і кола, що згладжує). Умови для гладкого з'єднання такі:

$$r(0) = d_r, r'(0) = d_r, k(0) = 0, \\ r(\Phi) = d_r, r'(\Phi) = d_r, k(\Phi) = 0,$$

де  $k(\varphi)$  – функція кривизни,  $\Phi$  – кут між векторами  $\overline{OP_1}$  і  $\overline{OP_2}$ . Одними з найбільш популярних серед розробників методів згладжування траєкторій в даний час є кубічні криві Безьє (прості або класу  $C^2$ ), а також нерівномірні кубічні B-сплайни. Приклади ілюстрації графіків згладжування траєкторій з використанням цих методів представлені на рис. 5.



**Рис. 5.** Приклади ілюстрації методів згладжування: а – крива Безьє класу  $C^2$ , б – нерівномірний кубічний B-сплайн

Зауважимо, що у разі кривої Безьє класу  $C^2$ , перша крива задається 4 контрольними точками:

$$B_0 = W_2 - d_{t1} q_1, B_1 = B_0 + g_b q_1, \\ B_2 = B_1 + h_b q_1, B_3 = B_2 + k_b u_d,$$

Друга крива задається чотирма контрольними точками, що залишилися:

$$E_0 = W_2 + d_{t2} q_2, E_1 = B_0 - g_e q_2, \\ E_2 = B_1 - h_e q_1, E_3 = B_0 - k_e u_d,$$

де  $d_{t1}$  – довжина від  $W_2$  до  $B_0$ ;  $d_{t2}$  – довжина від  $W_2$  до  $E_0$ ;  $q_1$  – одиничний вектор від  $W_1$  до  $W_2$ ;  $q_2$  – одиничний вектор від  $W_2$  до  $W_3$ ;  $u_d$  – одиничний вектор  $\overline{B_2 E_2}$ .

Прийняті величини параметрів:

$$d_{t1} = d_{t2} = d_t, h_b = h_e = 0,346d_t, g_b = g_e = 0,58h_b, \\ k_b = k_e = 1,31h_b \cos \beta \quad [17], \beta = \gamma/2, \gamma = \pi - \Theta.$$

Щодо B-сплайнової кривої, щоб вона мала безперервну кривизну, її гладкість повинна бути не нижче  $C^2$ , тобто. порядок сплайну має бути не нижче 4. Порядок 4 відповідає кубічному сплайну. При  $k = 4$  загальна кількість вузлів має бути не менше 8. Це мінімальна кількість, але потрібні додаткові вузли.

При 9 контрольних точках маємо вектор  $T = \{0,0,0,0,t_4,1,1,1,1\}$ , у якому лише один вільний вузол  $t_4$ . Однак у разі природної вимоги симетричності  $t_4 = 0,5$  та вектор вузлів виявляється фіксованим [17]. Дев'ятивимірному вектору вузлів відповідає п'ять контрольних точок, яких, з урахуванням симетрії кривої, недостатньо для регулювання в кінцях кривої. Пропонується використовувати симетричний 10-мірний вектор вузлів  $T = \{0,0,0,0,t_4,t_5,1,1,1,1\}$ , де  $t_4 < t_5, t_4 + t_5 = 1$ . Йому відповідає 6 контрольних точок  $P_i$ , рис. 6. б. Розташування контрольних точок:

$$P_0 = P_1 - k_2 d_s q_1, P_1 = P_2 - k_1 d_s q_1, P_2 = W_2 - d_s q_1, \\ P_3 = W_2 - d_s q_2, P_4 = P_2 + k_1 d_s q_2, P_5 = P_1 + k_2 d_s q_2,$$

де  $P_0 = q_1 = W_2 - W_1, q_2 = W_3 - W_2$ .

Параметри  $k_1, k_2, q_1$  регулюють відстані від вершини ламаної  $W_2$  до контрольних точок. Проведемо порівняльні дослідження. На рис. 6 представлено порівняння результатів згладжування шляху та кривизни шляху за умови, що мінімальний радіус повороту однаковий (тобто максимальна кривизна однакова).

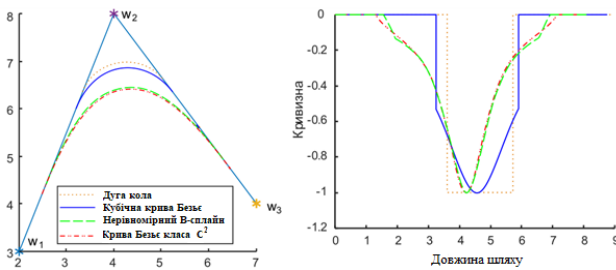


Рис. 6. Графіки порівняння методів згладжування за умови, що мінімальний радіус повороту однаковий

Проведений аналіз показує, що метод нерівномірного кубічного B-сплайну практично можна порівняти з методом кривих Безьє класу  $C^2$ , проте він є більш простим у реалізації. Крім того, оптимізація параметра  $d_i$  дозволить покращити показники згладжування.

Таким чином, можна дійти висновку про доцільність методу нерівномірного кубічного B-сплайну для вирішення задачі згладжування траєкторії руху БПЛА в просторі на обраному маршруті.

Для вирішення задачі вибору та оптимізації параметра згладжування  $d_i$ , який бере участь у згладжуванні в околиці вузла, розглянемо дві умови. Перша умова полягає в тому, що параметр  $d_i$  не повинен перевищувати половини мінімальної з довжин сегментів, що прилягають до вузла. Це дозволяє проводити процедуру згладжування у різних вузлах незалежно один від одного. Друга умова – параметр  $d_i$  має бути обмежений умовою відсутності перетину кривих згладжування з перешкодами.

Обидві умови вимагають зниження значення параметра  $d_i$ . Однак це зниження призводить до підвищення значення кривизни, що ускладнює реалізацію місії. Тому виникає завдання оптимального вибору параметра  $d_i$ .

Розглянемо спочатку завдання вибору максимально можливого параметра  $d_i$ , що забезпечує виконання першої умови: частини сегментів лананої, у яких відбувається згладжування, не перетинаються. Позначимо через  $\ell_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ , довжини сегментів лананої і нехай  $d_i$ ,  $i = \overline{2, N-1}$ , параметри згладжування для внутрішніх вузлів лананої. Тоді мають виконуватися нерівності:

$$d_{i_2} < \ell_1; d_i + d_{i+1} < \ell_i, i = \overline{2, N-2}; d_{i_{N-1}} < \ell_N. \quad (7)$$

Якщо всі  $d_i$  однакові, рішення виглядає так:

$$d_i = \min \left\{ \ell_1, \frac{\ell_2}{2}, \frac{\ell_3}{2}, \dots, \frac{\ell_{N-1}}{2}, \ell_N \right\}. \quad (8)$$

При різних параметрах  $d_i$

$$d_{i_1} = \min \left\{ \ell_1, \frac{\ell_2}{2} \right\}; d_{i_2} = \min \left\{ \frac{\ell_i}{2}, \frac{\ell_{i+1}}{2} \right\}, \dots \quad (9)$$

З урахуванням обмежень (7) сформулюємо завдання оптимізації в такий спосіб.

$$L(d_{i_2}, d_{i_3}, \dots, d_{i_{N-1}}) \rightarrow \max; \quad (10)$$

$$d_{i_2} < \ell_1; d_i + d_{i+1} < \ell_i, i = \overline{2, N-2}; d_{i_{N-1}} < \ell_N.$$

де  $L$  – цільова функція, функціонал якості рішення.

У момент холодного старту для вирішення оптимізаційної задачі можна використати ситуацію, описану умовою (8). У розглянутій оптимізаційній задачі можна врахувати відстань  $r_i$  від  $i$ -го вузла до найближчої перешкоди. Якщо  $d_i < r_i$ , то перетинів із перешкодами після згладжування не буде.

Наведений підхід дозволяє вирішити задачу згладжування траєкторії. Однак, умови моделі (7)-(10) мають загальний характер і можуть призвести до зниження параметрів згладжування. Більш раціональною є наступна стратегія. Як вихідні вибираємо значення  $d_i$ , отримані з рішення оптимізаційної задачі. Побудувавши криву згладжування у вузлі, перевіряємо, чи перетинається ця крива з перешкодами. Якщо так, зменшуємо відповідне значення у півтора рази і знову перевіряємо на перетин з перешкодами. Процедуру для кожного вузла повторюємо, доки перетини з перешкодами не зникнуть.

Слід зауважити, що у тривимірному випадку процес згладжування такий самий, як і у двовимірному: згладжування в даному вузлі стосується двох ланок лананої, які лежать в одній площині. Особливостей у зв'язку із тривимірним простором немає.

Таким чином, для заданого набору перешкод (довкілля) та заданих стартової та кінцевої точок синтезовано маршрут руху з обходом перешкод.

## 2. Дослідження методу композиції маршруту БПЛА у просторі

Використовуючи результати імітаційного моделювання з допомогою програмного комплексу [19], проведемо певний аналіз властивостей запропонованих методів та способів. Проаналізуємо вплив конфігурації перешкод на успішність планування траєкторії польоту БПЛА, як характеристики конфігурації перешкод розглянемо площу основи, зайняту перешкодами, і величину мінімального зазору між перешкодами. У табл. 1 представлені вихідні дані про перешкоди двох прикладів порівнянь. Результати моделювання представлені в табл. 2. Ці результати показують, що зменшення зазору між перешкодами у разі методу дорожньої карти ймовірності призводить до зменшення ймовірності успішного побудови шляху прямування. Що стосується методу хвильового поширення вплив цього чинника незначно. Проаналізуємо вплив на успішність планування площі, що займається на підставі перешкод. Обчислювальний експеримент сплановано так, що за зміни площі перешкод величина мінімального зазору між перешкодами майже не змінюється. Знову використовуємо конфігурацію із двома перешкодами. Площа перешкод поступово збільшується спочатку за рахунок площі першої перешкоди, потім другої.

Результати описаного експерименту представлені табл. 3. Крім того, проведений експеримент дозволив отримати данні для розрахунку показника ймовірності перехвату БПЛА в режимі автономного польоту. З'ясовано, що використання запропонованого методу композиції маршруту БПЛА у просторі знижує цей показник до 1,5 разів.

Таблиця 1 – Вихідні дані про перешкоди двох прикладів порівнянь

Номер прикладу	Номер варіанту	Координати центру	Розміри (шир., дов., вис.)	Кут орієнтації
1	1	100,200	130,140,140	60
		230,80	120,100,190	-20
	2	100,200	130,140,140	60
		230,110	120,100,190	-20
	3	100,200	130,140,140	60
		230,120	120,100,190	-20
2	1	115,174	60,140,140	60
		203,128	60,60,190	-20
	2	100,200	130,140,140	60
		203,128	60,60,190	-20
	3	100,200	130,140,140	60
		230,90	120,100,190	-20

Таблиця 2 – Кількість успішних спроб планування колії в залежності від зазору між перешкодами

Номер варіанту	Метод ймовірнісної дорожньої карти	Метод хвильового розповсюдження
1	19	20
2	16	20
3	17	20

Таблиця 3 – Кількість успішних спроб планування шляху в залежності від площі основи, що займають перешкоди

Номер варіанту	Метод ймовірнісної дорожньої карти	Метод хвильового розповсюдження
1	20	20
2	20	20
3	18	20

## Висновки

Розроблено метод композиції маршруту БПЛА у просторі. Основною відмінністю представленого методу є комплексне врахування особливостей навколишнього середовища, що відображає можливі перешкоди (активні або пасивні) та інші обмеження задачі при композиції маршруту безпілотного літального апарату в тривимірному просторі. Це дозволило підвищити показник ймовірності перехвату БПЛА в режимі автономного польоту до 1,5 разів.

При дослідженні методу проведено аналіз основних підходів композиції маршрутів БПЛА у просторі та запропоновано чотири етапи виконання завдання. Це етапи моделювання навколишнього середовища, побудови розширеного графу маршрутів пересування безпілотного літального апарату у просторі, пошуку маршруту, що з'єднує стартову точку з кінцевою, а також етап отримання кінцевого результату.

Основними відмінностями результатів досліджень на цих етапах є врахування тривимірних активних та пасивних перешкод при моделюванні навколишнього середовища, адаптивне врахування просторового розташування активних перешкод у просторі при побудові розширеного графу маршрутів пересування БПЛА, а також вибір та оптимізація параметра згладжування за допомогою методу нерівномірного кубічного B-сплайну, при отриманні кінцевого результату композиції маршруту БПЛА у просторі. Це підвищило безпеку виконання завдання у автономних умовах польоту.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ (REFERENCES)

1. S. Huang and R. S. H. Teo, "Computationally Efficient Visibility Graph-Based Generation Of 3D Shortest Collision-Free Path Among Polyhedral Obstacles For Unmanned Aerial Vehicles," *ICUAS*, 2019, pp. 1218-1223, doi: 10.1109/ICUAS.2019.8798322.
2. Puente-Castro, A., Rivero, D., Pazos, A. et al. A review of artificial intelligence applied to path planning in UAV swarms. *Neural Comput & Applic* (2021). <https://doi.org/10.1007/s00521-021-06569-4>
3. Semenov, S., Voloshyn, D., Ahmed, A.N. Mathematical model of the implementation process of flight task of unmanned aerial vehicle in the conditions of external impact. *Int. J. of Adv. Trends in Com. Sc. and Engineering*, 2019, 8(1), pp. 7–13.
4. Semenov, S., Sira, O., Kuchuk, N. Development of graphanalytical models for the software security testing algorithm // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2018, 2(4-92), pp. 39–46
5. Park S., Deyst J., How P.J. A new nonlinear guidance logic for trajectory tracking // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. Providence, Rhode Island, 16–19 August 2004. Art. No. AIAA 2004-4900
6. Sujit B.P., Saripalli S., Borges Sousa J. Unmanned Aerial Vehicle Path Following: A Survey and Analysis of Algorithms for Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicle // *Control Systems*. 2014. Vol. 34. No. 1. P. 42–59.
7. Jung L.F. Three-dimensional path planning of unmanned aerial vehicles using particle swarm optimization // *11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*. Reston, VA, USA. 992-1001. P. 2006.
8. Fan X., Li S., Chen Tefang T. Dynamic obstacle avoiding path plan for robots based on a new artificial potential field function // *Control Theory & Applications*. 2005. Vol. 22. No. 5. P. 703–707
9. Ramírez-Torres, José & Larranaga-Cepeda, Ander. (2015). Real-Time Reconstruction of Heightmaps from Images Taken with an UAV. *Mechanisms and Machine Science*. 37. 221-231. 10.1007/978-3-319-22368-1\_22.
10. Li, Y. & Kobayashi, Y. & Wonka, P. & Zhang, E.. (2010). Editing Operations for Irregular Vertices in Triangle Meshes. *ACM Transactions on Graphics*. 29. 1-12. 10.1145/1882261.1866179.
11. Кожухов Д. Генерация трехмерных ландшафтов. URL: <https://www.ixbt.com/video/3dterrains-generation.shtml>
12. Curtis, Christopher & Deconinck, Bernard. (2010). On the convergence of Hill's method. *Math. Comput.*. 79. 169-187.
13. Y. Fu, Z. Zheng, D. Fu and Y. Tong, "Comparison of two fractal surface modeling methods," 2016 12th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA), 2016, pp. 417-421, doi: 10.1109/WCICA.2016.7578280.
14. Hyttinen, Tuomo & Mäkinen, Erkki & Poranen, Timo. (2017). Terrain synthesis using noise by examples. 17-25.
15. Ladd A.M., Kavraki L.E. Measure theoretic analysis of probabilistic path planning. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 2004, vol. 20, no. 2, pp. 229–242.
16. Titas Bera, M. Seetharama Bhat, Debasish Ghose, Analysis of Obstacle based Probabilistic RoadMap Method using Geometric Probability, *IFAC Proc.*, Vol/ 47, Issue 1, 2014, Pages 462-469, <https://doi.org/10.3182/20140313-3-IN-3024.00245>.
17. Wei L., Zheng Zheng, Kaiyuan Cai, Adaptive path planning for unmanned aerial vehicles based on bi-level programming and variable planning time interval, *Chinese J. of Aeronautics*, Vol. 26, Is. 3, 2013, pp 646-660, <https://doi.org/10.1016/j.cja.2013.04.041>.

18. Dijkstra E. W. A note on two problems in connexion with graphs // Numer. Math / F. Brezzi – Springer-Verlag, 1959. – Vol. 1, Iss. 1. – P. 269–271. – ISSN 0029-599X; 0945-3245 – doi:10.1007/BF01386390
19. Золотухіна О. А., Волошин Д. Г., Давидов В. В., Бречко В. О. Розробка імітаційної моделі процесу розрахунку і коригування безпечної польотної траєкторії безпілотного літального апарату // Телекомунікаційні та інформаційні технології. 2020. № 4 (69). С. 87–94.

Received (Надійшла) 25.08.2021

Accepted for publication (Прийнята до друку) 27.10.2021

#### ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ / ABOUT THE AUTHORS

**Волошин Денис Геннадійович** – аспірант кафедри "Обчислювальна техніка та програмування", Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", Харків, Україна;

**Denys Voloshyn** – graduate student of Computer Engineering and Programming Department, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv, Ukraine;  
e-mail: [ultrageron@gmail.com](mailto:ultrageron@gmail.com); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1077-9658>.

**Бречко Вероніка Олександрівна** – кандидат технічних наук, доцент кафедри "Обчислювальна техніка та програмування", Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", Харків, Україна;

**Veronika Brechko** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Computer Engineering and Programming Department, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv, Ukraine;  
e-mail: [nikabrechko@gmail.com](mailto:nikabrechko@gmail.com); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9578-2102>.

**Семенов Сергій Геннадійович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри "Обчислювальна техніка та програмування", Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", Харків, Україна;

**Serhii Semenov** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Computer Engineering and Programming Department, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv, Ukraine;  
e-mail: [s\\_semenov@ukr.net](mailto:s_semenov@ukr.net); ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-4472-9234>.

#### Метод композиції маршрута безпілотного летального апарата в просторі

Д. Г. Волошин, В. О. Бречко, С. Г. Семенов

**Анотація.** Стаття посвячена розробці методу композиції маршрута безпілотного летального апарата в тривимірному просторі. Основним відмінням представленої методу є комплексний урахування особливостей середовища, що відображає можливі перешкоди (активні або пасивні) та інші обмеження задачі при композиції маршрута безпілотного летального апарата в тривимірному просторі. Це дозволило підвищити безпеку виконання задачі в автономних умовах польоту. В статті проведено аналіз основних підходів до композиції маршрутів безпілотного летального апарата в просторі. Сделано висновок про недоліки двовимірної представлення. В методі представлено чотири етапи виконання задачі. Це етап моделювання середовища, що відображає можливі перешкоди (активні або пасивні) та інші обмеження задачі. Етап побудови розширеної графа маршрутів передвигнення безпілотного летального апарата в просторі. Відмінням цього етапу є адаптивний урахування просторового розташування активних перешкод в просторі. Наступний етап – пошук маршруту, що з'єднує стартову точку з кінцевою і обходить всі перешкоди та дає можливість побудови початкового маршруту в вигляді ламаної лінії, формуючої послідовність шляхових точок, і з'єднуючої стартову точку з кінцевою, минувши перешкоди. Останнім є етап отримання кінцевого результату, який забезпечується згладжуванням отриманої ламаної лінії. В цій частині методу композиції для рішення задачі згладжування траєкторії руху безпілотного летального апарата в просторі на вибраному маршруті доведено доцільність використання нерівномірного методу кубічного B-сплайна. С допомогою цього методу поставлена і вирішена задача вибору та оптимізації параметра згладжування.

**Ключевые слова:** безпілотний летальний апарат; імітаційна модель; безпека; траєкторія польоту.

#### Method of an unmanned aerial vehicle composition route in space

Denys Voloshyn, Veronika Brechko, Serhii Semenov

**Abstract.** The article is devoted to the development of a method of composition of the route of an unmanned aerial vehicle in three-dimensional space. The main difference of the presented method is the complex consideration of the features of the environment, which reflects the possible obstacles (active or passive) and other limitations of the problem when composing the route of the unmanned aerial vehicle in three-dimensional space. This allowed to increase the safety of the task in autonomous flight conditions. The article analyzes the main approaches to the composition of unmanned aerial vehicle routes in space. The conclusion about the shortcomings of the two-dimensional representation is made. The method presents four stages of the task. This is the stage of modeling the environment that reflects possible obstacles (active or passive) and other limitations of the task. Stage of construction of an extended graph of unmanned aerial vehicle routes in space. The difference of this stage is the adaptive consideration of the spatial location of active obstacles in space. The next stage is the route search stage, which connects the starting point with the end and bypasses all obstacles and allows you to build a starting route in the form of a broken line, which is formed by a sequence of waypoints, and connects the starting point with the end, bypassing obstacles. The last is the stage of obtaining the final result, which is provided by smoothing the obtained broken line. In this part of the composition method, to solve the problem of smoothing the trajectory of the unmanned aerial vehicle in space on the selected route, the expediency of using the method of non-uniform cubic B-spline is proved. With the help of this method the task of selection and optimization of the smoothing parameter is set and solved.

**Keywords:** unmanned aerial vehicle; simulation model; safety; flight trajectory.