

Є. І. Калінін<sup>1</sup>, І. А. Лебедєва<sup>2</sup>, Д. О. Лисиця<sup>1</sup><sup>1</sup> Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна<sup>2</sup> Харківська філія УкрНДІПВТ імені Л. Погорілого, Харків, Україна

## ДИНАМІЧНІ ЕФЕКТИ В БАГАТОМАСОВИХ РЕОНОМНИХ СИСТЕМАХ ПРИ ВИСОКОЧАСТОТНІЙ ПУЛЬСАЦІЇ «ФОРМ» КОЛИВАНЬ

**Анотація.** Предметом досліджень статті є виродження першої форми при моногармонійній зміні коефіцієнта форми та за умови, коли частота пульсації «форм» коливань досягає другої парціальної частоти. Метою є оцінка можливості виродження  $i$ -ої форми коливань при різних законах зміни збуджуючого впливу та аналіз даного явища. Завдання дослідження полягають у побудові принципів оцінки впливу високочастотних пульсацій параметрів системи на вільні коливання останньої. Застосовувані методи: описання динамічних моделей диференціальними рівняннями; частотний аналіз; формування амплітудно-частотних характеристик. Отримані результати: для динамічної моделі з певними показниками приводу та веденої ланки визначено, що при гармонійній зміні функції руху з частотою пульсації, що перевищує одиницю при співвідношенні коефіцієнтів демпфування більше одиниці спостерігається ефект виродження першої форми коливань, в результаті чого частота коливань веденої ланки практично відповідає другій формі. Практична значущість роботи полягає у побудові моделі формування частотних характеристик динамічної моделі при високочастотній пульсації параметрів останньої. Для виявлення цих ефектів доводиться відмовлятися від традиційних уявлень про малість інерційних складових, викликаних нестационарністю форм коливань.

**Ключові слова:** механічна система; багатомасова реономна система; високочастотні пульсації; резонансний режим; амплітудно-частотна характеристика, форми коливань.

### Вступ

Широкий клас механічних систем, що включає приводи багатьох технологічних машин, механізми з нелінійною функцією розташування, інерційно-імпульсні механізми і інші, при схематизації описується динамічними моделями з параметрами, що змінюються в часі.

При динамічному дослідженні подібних систем дуже важливим фактором є інтенсивність зміни параметрів системи [1 – 5]. Для багатомасових реономних коливальних систем має велике значення також характер зміни нестационарних коефіцієнтів «форми» [6 – 8], причому, як буде показано нижче, з пульсацією цих функцій пов'язані деякі специфічні динамічні ефекти, що істотно змінюють відгук системи на силові і параметричні збурення.

Для виявлення цих ефектів доводиться відмовлятися від традиційних уявлень про малість інерційних складових, викликаних нестационарністю форм коливань.

**Мета роботи** – оцінка можливості виродження  $i$ -ої форми коливань при різних законах зміни збуджуючого впливу та аналіз даного явища.

Завдання дослідження полягають у побудові принципів оцінки впливу високочастотних пульсацій параметрів системи на вільні коливання останньої.

### Теоретичні дослідження

Розглянемо систему диференціальних рівнянь, що описують динамічні моделі зазначеного класу:

$$|a_{ij}(t)|\{\ddot{y}_i\} + |c_{ij}(t)|\{\dot{y}_i\} = \{\varepsilon Q_i\}, \quad (1)$$

де  $|a_{ij}(t)|$  та  $|c_{ij}(t)|$  – матриці інерційних і квазіпружних коефіцієнтів;  $\{y_i\}$  – вектор-функція узагальнених

координат;  $\{\varepsilon Q_i\}$  – вектор-функція узагальнених сил;  $\varepsilon$  – малий параметр.

Розв'язок однорідної системи, що відповідає (1), представлено у формі:

$$y_i = \sum_{r=1}^H y_{ir} = \sum_{r=1}^H B_{ir}(t) \cos \Phi_r(t), \quad (2)$$

де  $H$  – число ступенів свободи.

Функції  $B_{ir}(t)$  і  $\Phi_r(t)$  можна трактувати як змінні амплітуди і фази коливань, причому індекс  $i$  відповідає номеру координати, а індекс  $r$  – номеру даної «форми» коливань.

Оскільки власні частоти і форми коливань, що їм відповідають, в системах зі змінними параметрами мають до певної міри умовний сенс, тому що залежать від виду прийнятого наближеного розв'язку, то ці терміни в подібних випадках будемо використовувати у лапках.

Ці функції можуть бути підпорядковані  $H$  додатковим умовам у вигляді:

$$2 \frac{dB_{rr}}{dt} \Omega_r + B_{rr} \frac{d\Omega_r}{dt} = 0, \quad r = \overline{1, H}, \quad (3)$$

$$\text{де} \quad \Omega_r = \frac{d\Phi_r}{dt}. \quad (4)$$

Умови відносно  $B_{rr}$  і  $\Omega_r$  являють собою диференціальні рівняння зі змінними, розв'язки яких можуть бути записані таким чином:

$$B_{rr} = A_{rr} \sqrt{\frac{\Omega_r(0)}{\Omega_r(t)}}. \quad (5)$$

При цьому  $A_{rr}$  – постійні інтегрування

$$\ddot{y}_{rr} = -A_{rr} p_r^2(t) \cos \Phi_r(t), \quad (6)$$

де 
$$p_r^2(t) = \Omega_r^2 - \frac{\ddot{B}_{rr}}{B_{rr}}. \quad (7)$$

На підставі зіставлення  $\ddot{y}_{rr}(t)$  з аналогічним виразом в системах з постійними параметрами функція  $p_r(t)$  може розглядатися як змінна «власна» частота.

Далі введемо в розгляд деякі функції  $\alpha_{ir}(t)$ , які можна кваліфікувати як нестационарні коефіцієнти форми:

$$\alpha_{ir}(t) = \frac{B_{ir}}{B_{rr}}, \quad B_{rr} \neq 0. \quad (8)$$

При врахуванні (2) та (8), отримаємо:

$$\ddot{y}_{ir} = -\alpha_{ir} p_r^2 \left[ \left( 1 - \frac{\ddot{\alpha}_{ir}}{\alpha_{ir} p_r^2} \right) B_{rr} \cos \Phi_r + 2 \frac{\dot{\alpha}_{ir}}{\alpha_{ir}} \cdot \frac{B_{rr}}{p_r^2} \sin \Phi_r \right]. \quad (9)$$

У системах з періодично змінними параметрами функція  $\alpha_{ir}(t)$  при  $i \neq r$  також виявляється періодичною.

Прийmemo, що період цієї функції

$$\tau = 2\pi / \omega.$$

Далі проведемо усереднення функцій  $\ddot{\alpha}_{ir} / \alpha_{ir}$  та  $\dot{\alpha}_{ir} / \alpha_{ir}$  на періоді  $\tau$ .

При цьому можна показати, що для розглянутого класу систем

$$\left( \frac{\dot{\alpha}_{ir}}{\alpha_{ir}} \right)_{\text{cep}} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{\dot{\alpha}_{ir}}{\alpha_{ir}} dt = 0. \quad (10)$$

Введемо позначення

$$v_{ir}^2 = \left| \frac{\ddot{\alpha}_{ir}}{\alpha_{ir}} \right|_{\text{cep}} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{\ddot{\alpha}_{ir}}{\alpha_{ir}} dt. \quad (11)$$

Після підстановки (2), (9) в систему однорідних рівнянь, що відповідає (1), та з урахуванням залежностей (10) і (11) отримуємо для кожного  $r$  своє формальне частотне рівняння у вигляді:

$$\det \left[ c_{ij}^{(r)}(t) - p_r^2(t) a_{ij}(t) \right] = 0, \quad (12)$$

де 
$$c_{ij}^{(r)} = c_{ij} - v_{ir}^2 a_{ij}. \quad (13)$$

При повільній зміні «форм» коливань  $v_{ir}^2 / p_r^2 \ll 1$ , тому в даному випадку формальне частотне рівняння виду (12) стає практично незалежним від  $r$  і, отже, загальним для всіх  $r$ .

Підкреслимо, що така ситуація не зумовлює повільність зміни параметрів системи і «власної» частоти  $p_r$ .

Представимо нестационарний коефіцієнт форми  $\alpha_{ir}$  у вигляді ряду Фур'є:

$$\alpha_{ir} = b_0 + \sum_{j=1}^{\infty} b_j \cos(j\omega t + \beta_j), \quad (14)$$

де при параметрах  $b_0, b_j, \beta_j$  індекси  $i$  та  $r$  всюди опущені.

Тоді на підставі (8), (11), (14), отримаємо:

$$v_{ir}^2 = \omega^2 \left| \int_0^\tau \frac{\sum_{j=1}^{\infty} b_{jj}^2 \cos(j\omega t + \beta_j)}{b_0 + \sum_{j=1}^{\infty} b_j^2 \cos(j\omega t + \beta_j)} dt \right|. \quad (15)$$

При  $b_0 \gg j^2 b_j$   $v_{ir}^2 / \omega^2 \ll 1$ , а в разі, якщо  $\alpha_{ir} \approx b_0 + b_j \cos(j\omega t + \beta_j)$ , то

$$v_{ir}^2 = j^2 \left[ 1 - 1 / \sqrt{1 - (b_j / b_0)^2} \right]. \quad (16)$$

Якщо коефіцієнт форми можна вважати моногармонічною функцією ( $b_0 \ll b_j$ ), то  $v_{ir}^2 = j^2 \omega^2$ . Наярешті, в поширеному випадку, коли

$$\alpha_{ir} \approx b_1 \cos \omega t + b_3 \cos 3\omega t,$$

на підставі (15), отримаємо:

$$v_{ir}^2 = 9 - 8 / \sqrt{(1 + b_3/b_1)^2 - 4(b_3/b_1)^2}. \quad (17)$$

Конкретизуємо отриманий результат для динамічної моделі циклового механізму при врахуванні піддатливості приводу і веденої ланки (рис. 1), в якій:  $I_1$  та  $I_2$  – моменти інерції приводу механізму і веденої ланки;  $c_I$  та  $c_{II}$  – крутильна жорсткість в контурах I і II;  $\psi_I$  та  $\psi_{II}$  – коефіцієнти поглинання в контурах I і II;  $q_1$  та  $q_2$  – деформації в контурах I і II; III – функція положення  $\pi(\varphi)$ ;  $M_\delta$  – момент двигуна;  $M_o$  – момент технологічного опору;  $\omega$  – кутова швидкість.

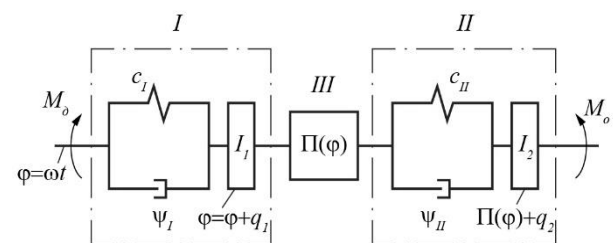


Рис. 1. Динамічна модель

Після лінеаризації функції розташування і її похідної в околі поточного значення фазового кута для визначення «власних» частот  $p_r$  може бути записана система рівнянь виду:

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 + k_1^2 q_1 - \frac{f}{\rho} k_2^2 q_2 = 0; \\ \ddot{q}_2 - f k_1^2 \rho q_1 + k_2^2 (1 + f^2) q_2 = -\omega^2 \frac{d^2 \Pi}{d\varphi^2} - W, \end{cases} \quad (18)$$

де  $k_i = \sqrt{\frac{c_i}{I_i}}$ ;  $\rho = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}}$ ;  $f = \frac{1}{\rho} \frac{d\Pi}{d\varphi}$ ;  $W = \frac{M_o}{I_2}$ .

Таким чином, коефіцієнти  $a_{ij}$  і  $c_{ij}$  приймають такі значення:

$$a_{11} = 1; a_{12} = 0; a_{21} = 0; a_{22} = 1;$$

$$c_{11} = k_1^2; c_{12} = -\frac{f}{\rho} k_2^2;$$

$$c_{21} = -f \rho k_1^2; c_{22} = k_2^2(1 + f^2).$$

При цьому, оскільки

$$v_{11} = 0, v_{22} = 0 (\alpha_{rr} = const = 1),$$

будемо мати

$$c_{11}^{(1)} = c_{11} \text{ та } c_{22}^{(2)} = c_{22},$$

а в силу

$$a_{12} = a_{21} = 0, c_{12}^{(1)} = c_{12} \text{ та } c_{21}^{(1)} = c_{21} \text{ і } c_{21}^{(2)} = c_{21}.$$

Нарешті,

$$c_{11}^{(2)} = c_{11} + v_{12}^2 a_{11};$$

$$c_{22}^{(1)} = c_{22} + v_{21}^2 a_{22}.$$

Розв'язуючи рівняння (12), знаходимо:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{p}_1^2 = 0,5 \left\{ \begin{array}{l} \sigma^2(1+f^2) + 1 - \xi_1^2 - \\ \sqrt{[\sigma^2(1+f^2) + 1 - \xi_1^2]^2 -} \\ -4(\sigma^2 - \xi_1^2)} \end{array} \right\}; \\ p_2^2 = 0,5 \left\{ \begin{array}{l} \sigma^2(1+f^2) + 1 - \xi_2^2 + \\ \sqrt{[\sigma^2(1+f^2) + 1 + \xi_1^2]^2 -} \\ -4\sigma^2[1 - \xi_2^2(1+f^2)]} \end{array} \right\}; \end{array} \right. \quad (19)$$

де  $\tilde{p}_r = \frac{p_r}{k_1}$ ;  $\sigma = \frac{k_2}{k_1}$ ;  $\xi = \frac{v_{ir}}{k_1}$  ( $i \neq r$ ).

Індексація частот  $p_r$  проведена таким чином, щоб

$$\lim_{f \rightarrow 0} p_r = k_r.$$

При цьому

$$\alpha_{21} = \frac{1 - \tilde{p}_1^2}{\sigma^2 f} \rho; \alpha_{12} = \frac{\sigma^2(1+f^2) - \tilde{p}_2^2}{f \rho}. \quad (20)$$

На рис. 2 наведені деякі графіки функції  $\tilde{p}_r(f)$ , що визначені за формулами (19) при різних значеннях безрозмірних параметрів  $\sigma$  і  $\xi$ .

В ході аналізу залежностей (19) виявляється цікавий ефект виродження першої форми коливань при певному значенні параметра  $\xi$ .

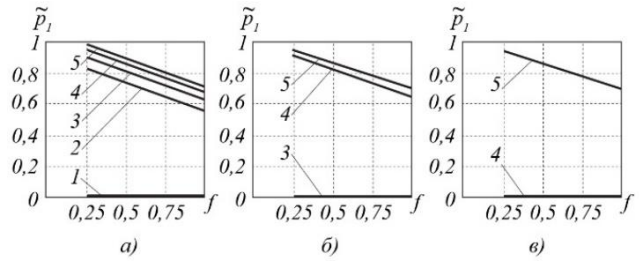


Рис. 2. Безрозмірні частотні характеристики  $\tilde{p}_1(f)$ :

$$a - \xi = 1; \text{ б} - \xi = 2; \text{ в} - \xi = 4$$

$$1 - \sigma = 1; 2 - \sigma = 1,5; 3 - \sigma = 2;$$

$$4 - \sigma = 4; 5 - \sigma = 10$$

Умові  $\tilde{p}_1^2 \leq 0$  при  $\sigma > 1$  відповідає  $\xi \geq \sigma$  і  $\xi \geq 1$  – при  $\sigma < 1$ . З урахуванням формул (14) – (17) це, зокрема, означає, що, при моногармонічній зміні коефіцієнта форми, перша форма вироджується, коли частота пульсації досягає другої парціальної частоти. Ефект виродження першої форми коливань наочно проілюстрований на рис. 2.

Для кращого з'ясування фізичного прояву виявленого ефекту за допомогою системи MathLab був проведений аналіз динамічної моделі, показаної на рис. 1. Деякі з найбільш характерних режимів проаналізовані нижче. На рис. 3 представлені записи трьох режимів вільних коливань системи.

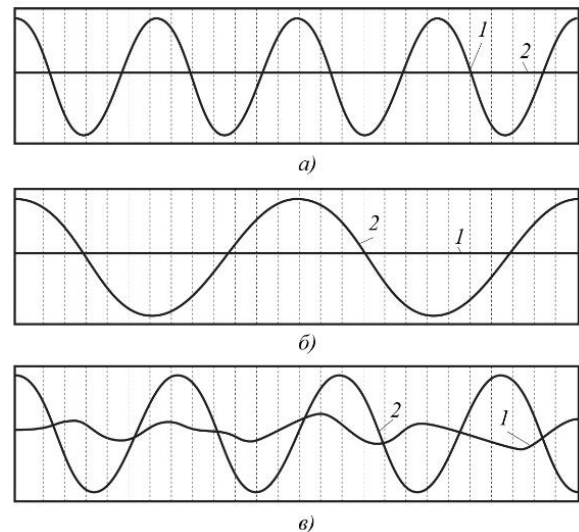


Рис. 3. Вплив високочастотної пульсації параметрів на вільні коливання:

$$a - q_1(0) = 1; q_2(0) = 0; \sigma = 0,5; f = 0;$$

$$б - q_1(0) = 0; q_2(0) = 1; \sigma = 0,5; f = 0;$$

$$в - q_1(0) = 0; q_2(0) = 1; \sigma = 0,5; f_{\max} = 0,6; \xi = 3,5;$$

$$1 - q_1(t); 2 - q_2(t)$$

На першій з осцилограм показано запис крутильних коливань приводу, на другій – запис коливань веденої ланки, що відповідають моменту вистою, коли система розпадається на два незв'язаних коливальних контури.

Порівнюючи третій запис з першими двома, переконуємося, що при гармонійній зміні функції  $f$

з частотою пульсації  $\xi > 1$  при  $\sigma < 1$  спостерігається ефект виродження першої форми коливань, в результаті чого частота коливань веденої ланки практично відповідає другій формі. Такий же результат отримано для значень  $\xi \geq \sigma$  при  $\sigma > 1$ .

### Висновки

В режимі вільних коливань досліджувалась поведінка системи в умовах порушення параметричного резонансу. Виявилось, що параметричний резонанс в системі порушується тільки за вищої «власної» частоти в зоні  $\xi$ , що близька до значення  $k_1$ . Тут слід взяти до уваги, що пульсація функцій  $p_r$  відповідає подвоєній частоті пульсації функцій  $f$ . Ефект виродження першої форми коливань спостерігався й в режимі вимушених коливань при різних законах зміни збурюючого впливу  $W$ .

На рис. 4 представлені осцилограми режиму вимушених коливань в умовах силового резонансу. Їх аналіз показує, що силовий резонанс при високочастотній пульсації «форм» коливань порушується тільки за другою формою (рис. 4, а), коли частота збурення  $\omega_e$  близька до  $p_2$ . Побудована за результатами моделювання амплітудно-частотна характеристика (рис. 5) наочно ілюструє відгук системи на силове збурення при  $\xi = 3,5$ . Силовий резонанс по першій формі коливань, що має місце при повільній зміні першої передавальної функції, в цьому режимі не спостерігається.

Наукову новизну проведеного дослідження складає виявлене явище виродження першої форми при моногармонійній зміні коефіцієнта форми та за умови, коли частота пульсації «форм» коливань досягає другої парціальної частоти. Практична значущість роботи полягає у побудові моделі формування частотних характеристик динамічної моделі при високочастотній пульсації параметрів останньої.

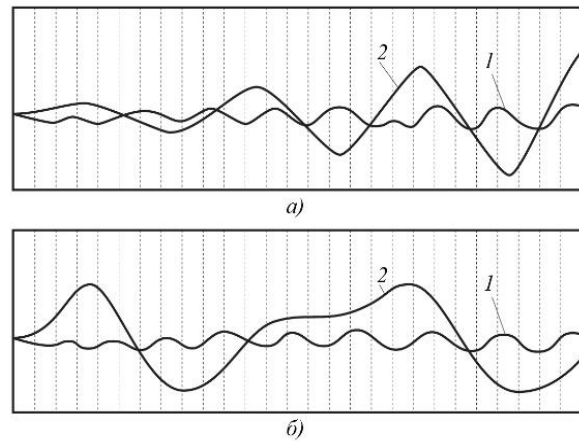


Рис. 4. Вплив високочастотної пульсації параметрів на резонансні режими

$$(q_1(0) = q_2(0) = 0; f_{\max} = 0,8; \xi = 3,5; \\ W_{\max} = 0,8 c^{-2}; k_1 = 1 \text{ рад/с}; k_2 = 0,5 \text{ рад/с}; \\ \text{а} - \omega_e = 1 \text{ рад/с}; \text{б} - \omega_e = 0,5 \text{ рад/с}; \\ 1 - q_1(t); 2 - q_2(t))$$

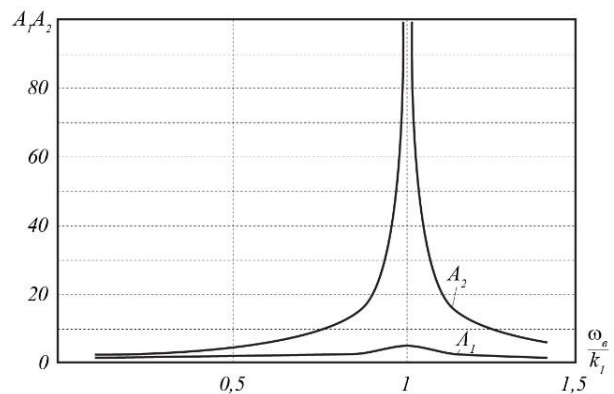


Рис. 5. Амплітудно-частотна характеристика ( $A_1$  та  $A_2$  – безрозмірні амплітуди коливань в контурах I та II)

### REFERENCES

- Shoshani O., Shaw S.W. & Dykman M.I. (2017) *Anomalous Decay of Nanomechanical Modes Going Through Nonlinear Resonance*. Sci Rep 7, pp. 189-197, DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-017-17184-6>
- Arnold V. I. (1989) *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer, New York.
- Bernardo M., Budd C.J., Champneys A.R., Kowalczyk P. (2008) *Piecewise-Smooth Dynamical Systems: Theory and Applications*, Springer-Verlag, London.
- Bernardo M., Budd C.J., Champneys A.R., Kowalczyk P., Nordmark A., Tost G., Piiroinen P. (2008) "Bifurcations in non-smooth dynamical systems", *SIAM Rev.*, 50, pp. 629-701, DOI: <https://doi.org/10.1137/050625060>
- Buzzi C., Pessoa C., Torregrosa J. (2013) "Piecewise linear perturbations of a linear center", *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, 33, pp. 3915-3936, DOI: <https://doi.org/10.3934/dcds.2013.33.3915>
- Galvanetto U., Bishop S.R. (1999) "Dynamics of a simple damped oscillator undergoing stick-slip vibrations", *Meccanica*, 34, pp. 337-347, DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1004741715733>
- Giannakopoulos F., Pliete K. (2001) "Planar system of piecewise linear differential equations with a line of discontinuity", *Nonlinearity*, 14, pp. 1611-1632, DOI: <https://doi.org/10.1088/0951-7715/14/6/311>
- Guardia M., Hogan S.J., Seara T.M. (2010) "An analytical approach to codimension-2 sliding bifurcations in the dry-friction oscillator", *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.*, 9, pp. 769-798, DOI: <https://doi.org/10.1137/090766826>
- Oestreich M., Hinrichs N., and Popp K. (1995) "Dynamical behaviour of friction oscillators with simultaneous self and external excitation". *Sadhana (Indian Academy of Sciences)*, 20, pp. 627-654
- Guardia M., Seara T.M., Teixeira M.A. (2011) "Generic bifurcations of low codimension of planar Filippov systems", *J. Differential Equations*, 250, pp. 1967-2023, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jde.2010.11.016>
- Kowalczyk P., Bernardo M., Champneys A.R., Hogan S.J., Homer M., Piiroinen P.T., Kuznetsov Yu.A., Nordmark A. (2006) "Two parameter discontinuity-induced bifurcations of limit cycles: classification and open problems", *Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg.*, 16 (3), pp. 601-629, DOI: <https://doi.org/10.1142/S0218127406015015>

12. Llibre J. and Zhang X. (2002) "Polynomial first integrals for quasihomogeneous polynomial differential systems", *Nonlinearity*, 15, pp. 1269-1280, DOI: <https://doi.org/10.1088/0951-7715/15/4/313>
13. Makarenkov O. and Lamb J. S. W. (2012) "Dynamics and bifurcations of nonsmooth systems: A survey", *Physica D*, 241, pp. 1826-1844, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physd.2012.08.002>
14. Reyn J. (2007) *Phase Portraits of Planar Quadratic Systems. Mathematics and Its Applications*, 583, Springer, New York

Received (Надійшла) 24.08.2021

Accepted for publication (Прийнята до друку) 15.09.2021

## ABOUT THE AUTHORS / ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

**Калінін Євген Іванович** – доктор технічних наук, професор, професор кафедри обчислювальної техніки та програмування, Харківський національний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна;

**Yevhen Kalinin** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of Computer Engineering and Programming Department, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv, Ukraine;

e-mail: [kalininhntusg@gmail.com](mailto:kalininhntusg@gmail.com); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-6191-8446>.

**Лебедева Ірина Анатоліївна** – старший науковий співробітник, Харківська філія Українського НДІ прогнозування та випробування техніки і технологій для сільськогосподарського виробництва ім'я Леоніда Погорілого, Харків, Україна;

**Irina Lebedeva** – Senior Researcher, Kharkiv Branch of the Leonid Pogorily Ukrainian Research Institute for Forecasting and Testing of Machinery and Technologies for Agricultural Production, Kharkiv, Ukraine;

e-mail: [hfukrmdipvt@gmail.com](mailto:hfuksmdipvt@gmail.com); ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-1349-0702>.

**Лисиця Дмитро Олександрович** – кандидат технічних наук, старший викладач кафедри обчислювальної техніки та програмування, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна;

**Dmytro Lysytsia** – Candidate of Engineering Sciences, Senior Lecturer of Computer Engineering and Programming Department, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv, Ukraine;

e-mail: [lysytsia-mail@ukr.net](mailto:lysytsia-mail@ukr.net); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1778-4676>.

#### Динамические эффекты в многомассовых реономных системах при высокочастотной пульсации «форм» колебаний

Е. И. Калинин, И. А. Лебедева, Д. А. Лисица

**Аннотация.** Предметом исследований статьи является вырождение первой формы при моногармоническом изменении коэффициента формы и при условии, что частота пульсации «форм» колебаний достигает второй парциальной частоты. Целью является оценка возможности вырождения  $i$ -й формы колебаний при различных законах изменения возбуждающего воздействия и анализ данного явления. Задачи исследования заключаются в построении принципов оценки воздействия высокочастотных пульсаций параметров системы на свободные колебания последней. **Применяемые методы:** описание динамических моделей дифференциальными уравнениями; частотный анализ; формирование амплитудно-частотных характеристик. **Полученные результаты:** для динамической модели с определенными показателями ведущего и ведомого звена определено, что при гармоничном изменении функции движения с частотой пульсации, которая превышает единицу, при соотношении коэффициентов демпфирования больше единицы, наблюдается эффект вырождения первой формы колебаний, в результате чего частота колебаний ведомого звена практически соответствует второй форме. **Практическая значимость работы** заключается в построении модели формирования частотных характеристик динамической модели при высокочастотной пульсации параметров последней. Для выявления этих эффектов приходится отказываться от традиционных представлений о малости инерционных составляющих, вызванных нестационарностью форм колебаний.

**Ключевые слова:** механическая система; многомассовая реономная система; высокочастотные пульсации; резонансный режим, амплитудно-частотная характеристика, формы колебаний.

#### Dynamic effects in multi-mass rheonomic systems at high-frequency ripple of "forms" of oscillations

Yevhen Kalinin, Irina Lebedeva, Dmytro Lysytsia

**Abstract.** The subject of research in the article is the degeneration of the first form with a monoharmonic change in the form factor and provided that the pulsation frequency of the "forms" of oscillations reaches the second partial frequency. The goal is to assess the possibility of degeneration of the  $i$ -th form of oscillations under various laws of change in the exciting effect and to analyze this phenomenon. The objectives of the study are to build principles for assessing the impact of high-frequency pulsations of system parameters on the free oscillations of the latter. **Applied methods:** description of dynamic models by differential equations; frequency analysis; formation of amplitude-frequency characteristics. **The obtained results:** for a dynamic model with certain indicators of the leading and driven links, it was determined that with a harmonious change in the motion function with a pulsation frequency that exceeds one, when the ratio of the damping coefficients is greater than one, the effect of degeneration of the first mode of vibration is observed, as a result of which the oscillation frequency of the driven link practically corresponds to the second form. **The practical significance of the work** lies in the construction of a model for the formation of frequency characteristics of a dynamic model with a high-frequency pulsation of the parameters of the latter. To identify these effects, one has to abandon the traditional ideas about the smallness of inertial components caused by the nonstationarity of vibration modes.

**Keywords:** mechanical system; multi-mass rheonomic system; high-frequency pulsations; resonance mode, amplitude-frequency characteristic, vibration modes.