

О. В. Струцінський<sup>1</sup>, В. Д. Карлов<sup>2</sup>, А. О. Ковальчук<sup>2</sup>, М. В. Бархударян<sup>2</sup>, В. А. Ковальчук<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Військова частина А 0215Г, Вінниця, Україна

<sup>2</sup> Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна

## АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ АВТОСУПРОВОДЖЕННЯ ВИСОКОМАНЕВРЕНИХ ПОВІТРЯНИХ ОБ'ЄКТІВ РАДІОТЕХНІЧНИМИ СЛІДКУЮЧИМИ СИСТЕМАМИ БАГАТОКАНАЛЬНОЇ РЛС

**Анотація.** Багатоканальні радіолокаційні станції (РЛС) з фазованими антенними решітками (ФАР) широко застосовуються для супроводження повітряних об'єктів. Використання ФАР у комбінації з цифровою обчислювальною технікою дозволяє керувати діаграмою спрямованості (ДС) РЛС і супроводжувати декілька цілей в режимі розподілу часу. Супроводження повітряних цілей в багатоканальній РЛС забезпечується підсистемами визначення дальності, радіальної швидкості та кутових координат, в більшості випадків, без адаптації до характеристик зовнішніх впливів. Так, при супроводженні високоманеврених повітряних цілей, до яких відносяться, в першу чергу, винищувачі 5-го і так званого 4<sup>++</sup>-го покоління, відбувається суттєве зниження точності і стійкості супроводження відносно ділянки відсутності маневрування, яка буває досить тривалою. У разі налаштування алгоритмів слідкуючих систем на низьку інтенсивність або відсутність маневрування, надто суттєве зростання помилки супроводження літального апарату на ділянці здійснення маневру призведе до зриву автосупроводження за рахунок значної динамічної складової помилки. В даній публікації проведено аналіз точності автосупроводження маневруючих цілей підсистемами дальності, радіальної швидкості та кутових координат з фіксованими параметрами у разі, коли налаштування параметрів алгоритмів слідкуючих систем співпадають з характеристиками зовнішніх впливів. Досліджено вплив параметрів моделі спостережень, стохастичної моделі руху цілі з експоненціально корельованими значеннями прискорення цілі, а також періоду вимірювання координат на потенційну точність автосупроводження радіотехнічними слідкуючими системи багатоканальної РЛС. Для оцінки стійкості автосупроводження запропоновано використання еквівалентного розміру апертури дискримінаційної характеристики. Проведено оцінку впливу параметрів стохастичної моделі руху цілі, моделі спостережень та періоду вимірювання координат на стійкість автосупроводження за дальністю, радіальною швидкістю та кутовими координатами. Виявлено, що “слабким місцем” є система автосупроводження за радіальною швидкістю. В результаті проведених досліджень з'являється можливість подальшої оцінки доцільності адаптації до маневрених характеристик цілей та надання рекомендацій щодо вибору періоду вимірювання координат.

**Ключові слова:** система автоматичного супроводження; дисперсія похибки екстраполяції; дальність; радіальна швидкість; кутові координати; слідкуюче вимірювання.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Важливою властивістю сучасних літаків є надманевреність – здатність літака зберігати стійкість та керованість і наводити зброю на ціль при критичних кутах атаки. Надманевреними вважаються літаки, як правило це винищувачі 4<sup>++</sup>-го та 5-го покоління, в яких за рахунок спеціальних органів керування підйомною та боковими силами і використанням високоенергетичних двигунів з керованим вектором тяги можливо виконання маневрів з суттєво більш складними просторовими змінами, що може викликати складнощі їх супроводження в РЛС [1].

Найбільш відомими видами маневру сучасних винищувачів є “Хук”, “J-turn”, “Кульбіт” (рис. 1).

Основною характеристикою стійкості супроводження є ймовірність відсутності зриву автосупроводження (АС) протягом певного інтервалу часу. Однак у зв'язку з нелінійними характеристиками дискримінаторів, що визначають граничні умови, є складнощі в отриманні аналітичного і, навіть, чисельного розв'язку задачі.

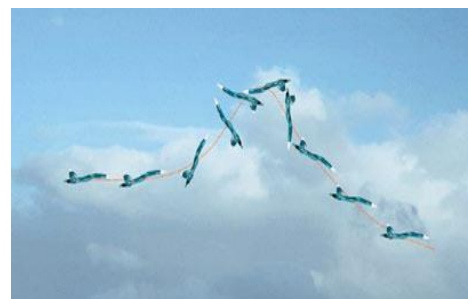
Виключенням є розглянутий в [2] випадок безперервної системи першого порядку, де здійснюється кусково-лінійна апроксимація реальної дискримінаційної характеристики (ДХ), що має постійну крутість у межах



Маневр “Хук”: відхилення більш, ніж на 90° корпусу літака в напрямку на уявну ціль, та повернення до попереднього положення



Маневр “J-turn”: розворот з малим радіусом на 180°

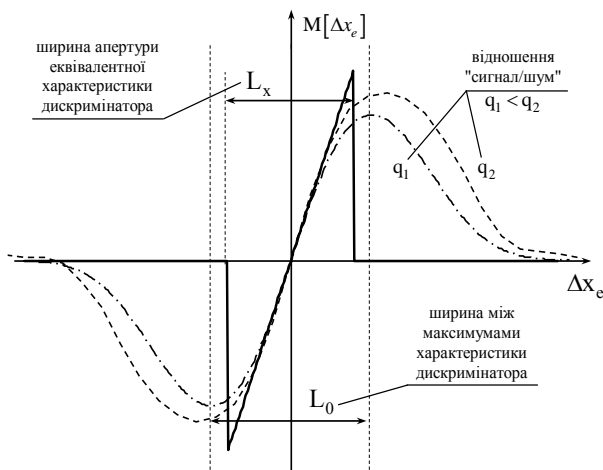


Маневр “Кульбіт”: літак розвиває велику кутову швидкість обертання, і продовжуючи його, повертається в початкове положення, збільшивши переверт на 360°

**Рис. 1.** Фігури вищого пілотажу, які можуть виконувати винищувачі покоління 4<sup>++</sup> та 5  
(Fig. 1. Aerobatics that can be performed by fighters of generations 4<sup>++</sup> and 5)

інтервалу  $(-L_x/2, L_x/2)$ , де  $L_x$  - ширина апертури еквівалентної ДХ, і дорівнює нулю за цими межами (рис. 2, суцільна лінія). У цьому випадку зрив АС відбувається при першому досягненні помилкою величини  $\pm L_x/2$ . Тому оцінку стійкості АС можна здійснювати шляхом зіставлення помилки з напівшириною еквівалентного розміру апертури ДХ.

В [3] запропоновано використовувати еквівалентну кусково-лінійну апроксимацію ДХ для оцінки стійкості АС в дискретних радіотехнічних слідкуючих системах високого порядку за ймовірністю потрапляння помилки екстраполяції координати усередину інтервалу  $(-L_x/2, L_x/2)$ .



**Рис. 2.** Дискримінаційна характеристика дискримінатора та її апроксимація:  $\Delta x_e$  – помилка екстраполяції координати;  $M[\Delta x_e]$  – математичне сподівання величини вихідної напруги дискримінатора  
(Fig. 2. Discriminatory characteristics of the discriminator and its approximation)

Такий підхід не враховує ймовірності повернення помилки в наступних радіоконтактах у припустимі межі через особливості еволюції щільності розподілу ймовірностей для похідних помилки супроводження, і тому з математичної точки зору він не є цілком коректним. Втім, якщо врахувати різке зростання величин флуктуаційної характеристики дискримінатора при наближенні помилки екстраполяції координати цілі до границь його апертури, така ймовірність стає чисто гіпотетичною й може не враховуватись в розрахунках.

Як відомо, у лінійних слідкуючих системах помилки супроводження (екстраполяції  $\Delta x_e$ ) мають нормальний закон розподілу [4, 5], а ймовірність знаходження помилки екстраполяції в межах інтервалу  $(-L_x/2, L_x/2)$  визначається функцією помилок

$$P_{1x} = 0,5 \left[ \operatorname{erf} \left[ \frac{0,5L_x + m_e}{\sqrt{2}\sigma_e} \right] + \operatorname{erf} \left[ \frac{0,5L_x - m_e}{\sqrt{2}\sigma_e} \right] \right], \quad (1)$$

де  $m_e$ ,  $\sigma_e$  – математичне сподівання (систематична складова) та середньоквадратичне відхилення помилки екстраполяції координати, відповідно.

У випадку, якщо алгоритми оцінювання й екстраполяції слідкуючої системи мають структуру, адекватну моделі руху цілі, систематична складова помилки дорівнює нулю, і вираз (1) набуває вигляду

$$P_{1x} = \operatorname{erf} \left[ \frac{L_x}{2\sqrt{2}\sigma_e} \right]. \quad (2)$$

У першому наближенні (1) і (2) можна сприймати як вирази для ймовірності відсутності зриву супроводження протягом одного інтервалу  $T_n = t_n - t_{n-1}$  між радіоконтактами з ціллю. На практиці таке наближення буде давати адекватний результат при  $\sigma_e \ll L_x$ , тобто, при  $P_{1x} \approx 1$ . Якщо ж помилка екстраполяції порівняна з напівшириною апертури, що відповідає величинам  $P_{1x} < 0,9$ , то через нелінійність характеристик дискримінаторів щільності розподілів ймовірностей помилок оцінювання й екстраполяції будуть досить помітно відрізнятися від нормальних. Проте, і в цьому випадку для оцінки ймовірності відсутності зриву супроводження можна використовувати вирази (1), (2), якщо в них еквівалентний розмір апертури  $L_x$  встановлювати з урахуванням відношення “сигнал / шум”  $q$ . При доборі  $L_x$  головним критерієм, який гарантує можливість використання виразів (1), (2) для оцінки ймовірності відсутності зриву автосупроводження, має бути збіг результатів статистичних випробувань стійкості супроводження системи з реальним дискримінатором, і аналітичних розрахунків.

Розв'язок задачі відшукування еквівалентного розміру  $L_x$  апертури дискримінатора може бути проведений в декілька етапів. На першому етапі виконується підготовка вихідних даних для проведення статистичного експерименту: відпрацьовується модель руху цілі; визначаються статистичні характеристики дискримінатора системи супроводження; задаються структура й параметри алгоритмів системи супроводження.

На другому етапі проводиться статистичний експеримент з визначення залежності ймовірності відсутності зриву слідкування від відношення “сигнал / шум” та маневрених можливостей літального апарату із реальним дискримінатором.

Третій етап характеризується знаходженням величини еквівалентного розміру апертури характеристики дискримінатора  $L_x$  за збігом результатів аналітичних розрахунків за виразами (1), (2), та експерименту, з реальною характеристикою дискримінатора.

Отже, подальші дослідження стійкості супроводження здійснюються із використанням визначеної величини  $L_x$  й виразів (1), (2). Недоліком розглянутої методики є необхідність проведення складного й об'ємного статистичного дослідження на другому етапі. Однак тільки це може гарантувати вірогідність результатів, що даються аналітичними розрахунками ймовірності відсутності зриву супроводження (1), (2).

Еквівалентний розмір апертури взагалі залежить від структури системи супроводження і визначається стосовно до конкретного типу дискримінатора його параметрами, а також співвідношенням “сигнал /

шум”. Зазначена обставина дозволяє проводити широке дослідження впливу структури й параметрів алгоритмів оцінювання й екстраполяції координат цілей на стійкість супроводження в системах, що використовують певний тип дискримінатора, для якого одноразово розраховано еквівалентний розмір апертури ДХ. Відповідно до викладеної методики проведено порівняльний аналіз стійкості супроводження надманеврених літальних апаратів за дальністю, радіальною швидкістю й кутковими координатами стосовно того типу дискримінаторів, що використовуються в сучасних РЛС сантиметрового діапазону. Максимальна стійкість супроводження, як випливає з (1), (2), досягається в системах, оптимальних за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки супроводження. Для проведення порівняльного аналізу за базові прийнято такі слідуючі системи, алгоритми оцінювання й екстраполяції координат яких при супроводженні маневруючих цілей є оптимальними за визначеним критерієм.

**Основний матеріал**

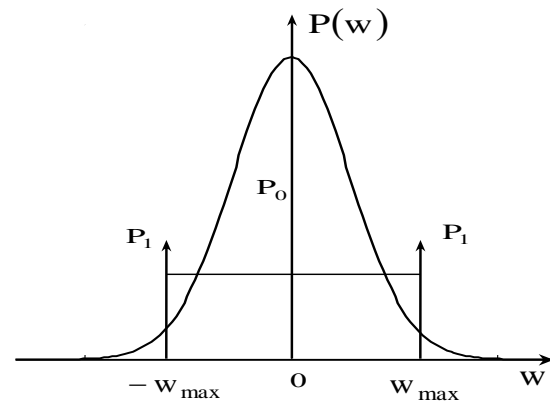
**Модель руху маневруючих літальних апаратів.** Оскільки причиною руху матеріальних об’єктів є діючі на них сили, основою для побудови моделі руху об’єкта є другий закон Ньютона й рівняння кінематики, які зв’язують між собою вектори прискорення швидкості й положення об’єкта. Модель руху об’єкта в більшості практичних випадків будують на основі кінематичних рівнянь і статистичної моделі прискорень. Для математичного опису руху сучасних літальних апаратів пропонується застосовувати модель руху маневруючих цілей [6], в якій складові вектора прискорення об’єкта покладаються взаємно незалежними експоненціально корельованими випадковими процесами із багатопіковою щільністю розподілу ймовірностей (рис. 3). Синтез алгоритму оцінювання стану об’єкта при такій щільності розподілу ймовірностей складових вектора прискорення не може проводитися в рамках теорії оптимальної лінійної фільтрації, у зв’язку із чим багатопіковий розподіл ймовірностей, який досить адекватно відображає характер зміни прискорення багатьох маневруючих об’єктів, замінюється еквівалентним нормальним розподілом. При цьому математичне сподівання складових вектора прискорення покладається рівним нулю, а середньоквадратичне відхилення обчислюється наступним чином:

$$\sigma_M = w_{max} \cdot (1 + 4P_1 - P_0) / 3, \tag{3}$$

де  $w_{max} = n_{max} g$  – максимальне значення прискорення, обумовлене маневреними можливостями повітряної цілі (максимальними перевантаженнями  $n_{max}$ );  $P_1$  – імовірність маневру з інтенсивністю  $\pm w_{max}$ ;  $P_0$  – імовірність відсутності маневру. Кореляційна функція величин прискорення цілі при цьому має вигляд:

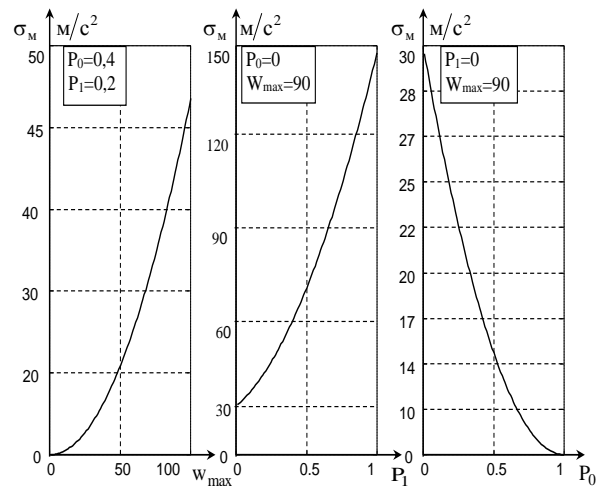
$$R_M(\tau) = \sigma_M^2 \exp(-|\tau|/T_M), \tag{4}$$

де  $T_M$  – стала маневрування повітряного об’єкта, величина, зворотна частоті маневрування, може становити від одиниць до десятків секунд;  $\sigma_M^2$  – дисперсія значень прискорення повітряного об’єкта.



**Рис. 3.** Багатопікова щільність розподілу ймовірностей (Fig. 3. Multi-peak probability density)

Ймовірності  $P_1$  і  $P_0$  визначаються, виходячи з аналізу тактики застосування винищувальної авіації й можуть змінюватися в широких межах. Так, на рис. 4 наведені графіки залежностей  $\sigma_M$  від  $w_{max}$ ,  $P_1$  і  $P_0$ , відповідно.



**Рис. 4.** Залежності  $\sigma_M$  від  $w_{max}$ ,  $P_1$  і  $P_0$

(Fig. 4. Dependencies  $\sigma_M$  from  $w_{max}$ ,  $P_1$  and  $P_0$ )

Аналізуючи графіки, бачимо, що величина  $\sigma_M$  залежно від співвідношення між  $P_1$  й  $P_0$  може змінюватись в досить широких межах.

Використовуючи метод формуючого фільтра, запишемо стохастичне рекурентне матричне рівняння стану [4, 7]:

$$\bar{x}(t_n + T_n) = \Phi(T_n) \bar{x}(t_n) + B \eta(t_n), \tag{5}$$

де  $\bar{x}(t_n)$ ,  $\bar{x}(t_n + T_n)$  – поточне та наступне значення координати цілі, відповідно;  $\Phi(T_n)$  – перехідна матриця стану за дальністю й кутковими координатами:

$$\Phi(T_n) = \begin{pmatrix} 1 & T_n & T_n^2 / 2 \\ 0 & 1 & T_n \\ 0 & 0 & \rho \end{pmatrix}, \text{ або перехідна матриця}$$

стану за радіальною швидкістю:

$$\Phi(T_n) = \begin{pmatrix} 1 & T_n \\ 0 & \rho \end{pmatrix}; \quad (6)$$

$B$  – матриця збудження за дальністю й кутовим координатам:  $B = (0 \ 0 \ 1)^T$ , або матриця збудження за радіальною швидкістю:  $B = (0 \ 1)^T$ ;  $\eta(t_n)$  – послідовність шумів збудження з нульовим середнім і дисперсією  $v_{\eta}(T_n) = \sigma_M^2(1 - \rho^2)$  для дальності й радіальної швидкості, та  $v_{\eta}(T_n) = \sigma_M^2(1 - \rho^2)/r^2$  – для кутової координати;  $\rho = e^{-T_n/T_M}$  – коефіцієнт кореляції значень прискорення на інтервалі спостережень.

Модель спостережень. Характеристики дискримінаторів. Відомо, що вихідна величина дискримінатора визначається наступним виразом [4]:

$$y(t_n) = F[\Delta x_e(t_n)] + f(t_n), \quad (7)$$

де  $F[\Delta x_e(t_n)]$  – математичне сподівання величини вихідної напруги дискримінатора, обумовлене його ДХ;  $f(t_n)$  – дискретна послідовність шумів спостереження з нульовим середнім і дисперсією  $v_f$ , що визначається флуктуаційною характеристикою дискримінатора;  $\Delta x_e(t_n) = x(t_n) - x_e(t_n)$  – величина неузгодженості між дійсним і екстрапольованим значеннями координати цілі. Для виконання порівняльного аналізу стійкості супроводження необхідно знання статистичних характеристик часового, частотного й кутового дискримінаторів. Для часового дискримінатора системи автосупроводження за дальністю РЛС сантиметрового діапазону, основними вихідними даними були тривалість зондуючих імпульсів в пачці ( $\tau_u = 0,75$  мкс) та тривалість селекторних імпульсів прямокутної форми ( $\tau_{cu} = 0,4$  мкс). Частотний дискримінатор системи АС за радіальною швидкістю виконаний на розузгоджених контурах з рознесенням за частотою  $\Delta f_D = 500$  Гц при ширині спектра сигналу

$\Delta f_c = 450$  Гц. Парціальні ДС антенної системи моноімпульсного пеленгаційного пристрою рознесено на кут  $0,01$  рад при ширині кожної з них за рівнем половинної потужності  $\Delta\theta_{0,5P} = 0,012$  рад. Статистичне моделювання проводилося з урахуванням обробки прийнятого сигналу в приймачі і його нормування схемою автоматичного регулювання підсилення. Результати статистичного моделювання характеристик кутового дискримінатора наведені на рис. 5, 6 для різних значень відношення “сигнал / шум”. ДХ за осью ординат (рис. 5) побудована у відносному масштабі шляхом поділу вихідної величини дискримінатора на крутість його статичної характеристики. Відзначимо, що завдяки роботі системи автоматичного регулювання підсилення в прийомному тракті, зменшення відношення “сигнал / шум” на вході приймача практично не позначається на крутості ДХ, але веде до звуження ширини апертури. При малих неузгодженнях дисперсії помилок виміру (спостереження) слабо залежать від величини неузгодженості (рис. 6).

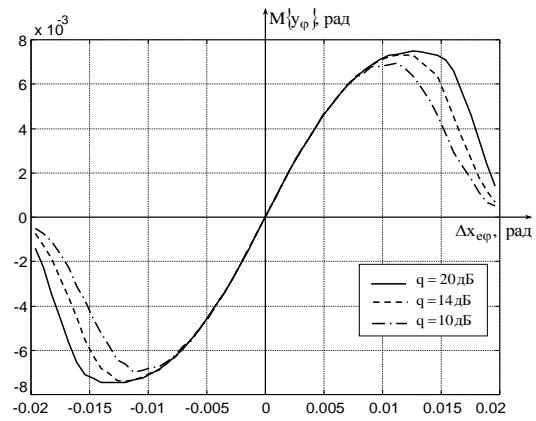


Рис. 5. Дискримінаційна характеристика кутового дискримінатора (Fig. 5. Discriminatory characteristics of the angular discriminator)

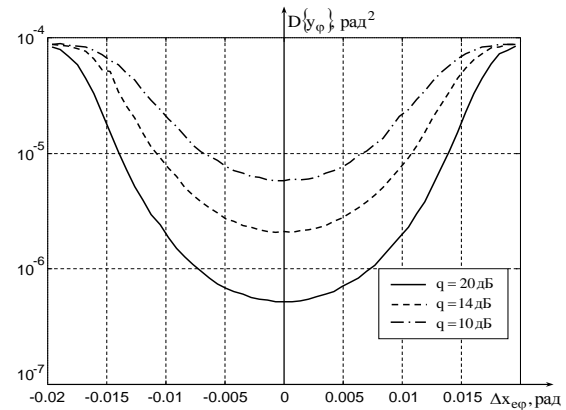


Рис. 6. Флуктуаційна характеристика кутового дискримінатора (Fig. 6. Fluctuation characteristic of the angular discriminator)

Зазначені обставини дозволяють для зручності розв'язку задачі оцінки стійкості супроводження використовувати лінеаризовану (еквівалентну) математичну модель дискримінатора (модель спостережень), яка описується рівнянням:

$$y(t_n) = \Delta x_e(t_n) + f(t_n). \quad (8)$$

Для рішення задачі визначення ширини апертури еквівалентної характеристики дискримінатора використовувалась нелінійна математична модель дискримінатора, в якій були враховані граничні ефекти, що виникають при виході помилки супроводження за межі лінійної ділянки ДХ.

**Структура лінійних алгоритмів оцінювання й екстраполяції.** Рівняння моделі спостережень (8) можна також записати, як:

$$y(t_n) = H(\bar{x}(t_n) - \bar{x}_e(t_n)) + f(t_n), \quad (9)$$

де  $H$  – матриця спостережень за дальністю й кутовою координатою:  $H = (1 \ 0 \ 0)$ , або матриця спостережень за радіальною швидкістю:  $H = (1 \ 0)$ ;  $f(t_n)$  – послідовність некорельованих шумів спостереження відповідної координати з нульовим середнім і дисперсією  $v_f(t_n)$ ;  $\bar{x}_e(t_n)$  – вектор-стовпець екстрапольованих до поточного виміру координат стану цілі.

Алгоритм слідуючої системи, оптимальної за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки,

може бути описаний рекурентними рівняннями оцінювання й екстраполяції [4]:

$$\hat{x}(t_n) = \hat{x}_e(t_n) + K(t_n) y(t_n), \quad (10)$$

$$\hat{x}_e(t_n + T_n) = \Phi(T_n) \hat{x}(t_n), \quad (11)$$

де  $K(t_n)$  – матриця коефіцієнтів підсилення, яка розраховується з таких рекурентних рівнянь:

$$K(t_n) = V_e(t_n) H^T [H V_e(t_n) H^T + v_f(t_n)]^{-1}, \quad (12)$$

$$V(t_n) = V_e(t_n) - V_e(t_n) H^T \times \\ \times [H V_e(t_n) H^T + v_f(t_n)]^{-1} H V_e(t_n); \quad (13)$$

$$V_e(t_n + T_n) = \Phi(T_n) V(t_n) \Phi^T(T_n) + \\ + B(T_n) v_\eta(T_n) B^T(T_n), \quad (14)$$

в яких  $V, V_e$  – матриці других центральних моментів (коваріаційні матриці) помилок оцінювання й екстраполяції стану повітряного об'єкта, відповідно.

У алгоритмах (12)-(13) параметрами, які підлягають завданню й визначають якість функціонування системи, є  $\sigma_m, T_m, v_f$ , причому, перші двоє залежать від маневрених властивостей цілі (визначають дисперсію шумів збудження  $v_\eta(T_n)$ ), а останній – від величини відношення “сигнал / шум” та параметрів дискримінатора (визначає дисперсію шумів спостереження  $v_f(t_n)$ ).

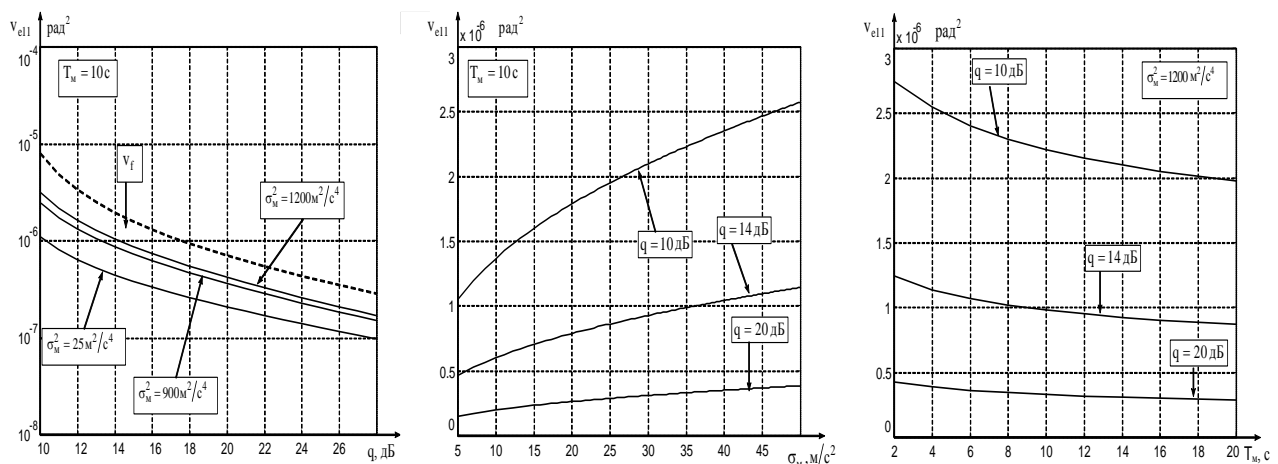
Цілком природно, що чим точніше зазначені параметри відповідають реальним характеристикам зовнішніх впливів, тем ближче точність автосупроводження до потенційно досяжної.

**Аналіз впливу маневрених можливостей, відношення “сигнал / шум”, та періоду вимірювання координат на потенційну точність автосупроводження.** У разі, коли моделі руху цілі й спостережень адекватні реальним умовам, потенційна точність оцінювання й екстраполяції вектора стану визначається діагональними елементами коваріаційних матриць

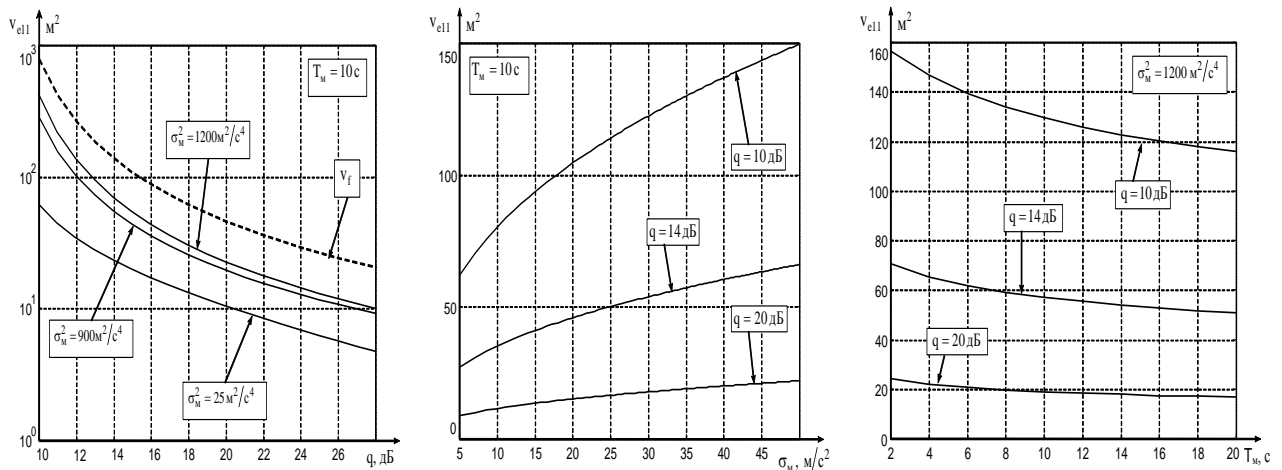
(13) та (14). Зокрема, дисперсія помилки супроводження  $\sigma_{e11}^2$  дорівнює елементу  $v_{e11}$  коваріаційної матриці помилок екстраполяції вектора стану  $V_e$ .

При незмінних зовнішніх впливах і фіксованому інтервалі спостережень система супроводження через час, який характеризує тривалість перехідного режиму, переходить в усталений режим, в якому рекурентні рівняння (13), (14) стають системою алгебраїчних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Розрахунок усталеної дисперсії помилки супроводження виконувався шляхом розв'язку системи рівнянь (13) та (14) до досягнення стаціонарного режиму. Результати розв'язку для періоду вимірювання координат цілі  $T_n = 0,1$  с для систем АС за кутовими координатами, дальності й радіальної швидкості наведені на рис. 7-9, відповідно. Як випливає з аналізу графіків, дисперсія помилки супроводження цілі за дальністю й за кутовими координатами найбільшою мірою залежить від відношення “сигнал / шум” (дисперсії шумів спостережень). Помітно слабніше виявляється залежність від дисперсії прискорення цілі  $\sigma_m^2$ , і зовсім незначно - від постійної маневрування  $T_m$ . У порівнянні із системами супроводження цілі за дальністю й за кутовими координатами точність в системі супроводження за радіальною швидкістю залежить від дисперсії шумів спостережень (відношення “сигнал / шум”) у меншому ступеню, але суттєво залежить від дисперсії прискорення цілі  $\sigma_m^2$ , і сталої маневрування  $T_m$ .

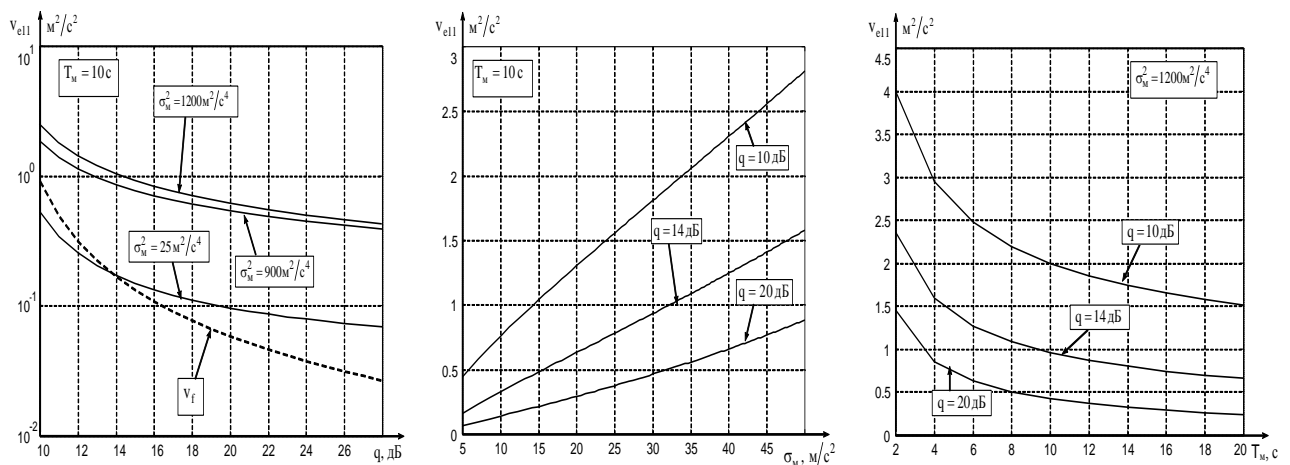
Залежності дисперсій помилок оцінювання й екстраполяції координат від інтервалу спостережень наведені на рис. 10-12 для систем супроводження за кутовими координатами, дальності і радіальної швидкості (суцільною лінією наведена дисперсія помилки екстраполяції координати, пунктирною – дисперсія помилок оцінювання). У системах супроводження за кутовими координатами (рис. 10) й за дальністю (рис. 11) динамічна складова помилки супроводження завжди залишається менше складової, обумовленої шумами спостереження (відношення “сигнал / шум”).



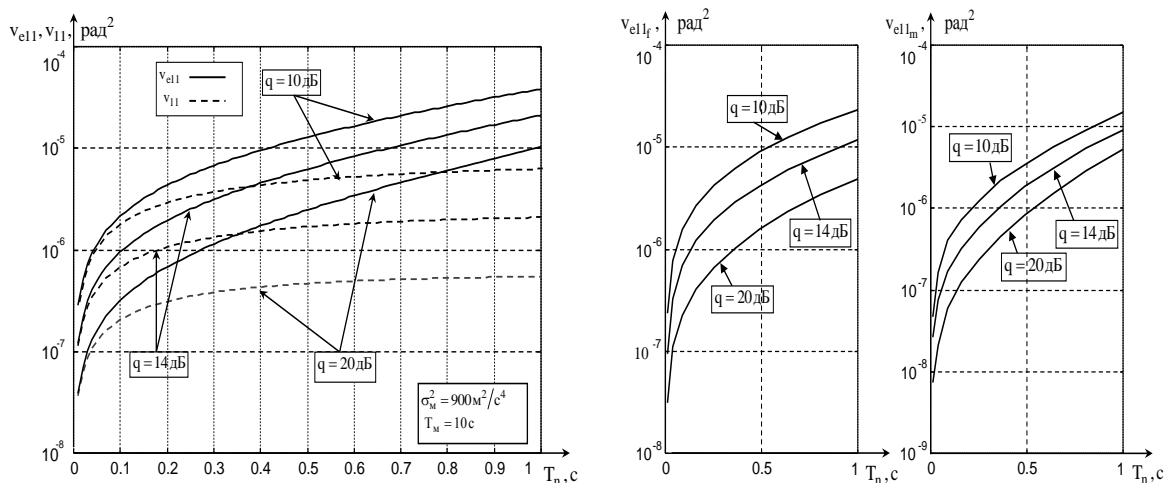
**Рис. 7.** Залежність дисперсії помилки екстраполяції  $v_{e11}$  від  $q, \sigma_m, T_m$  в радіотехнічних слідкуючих системах (РТСС) за кутовими координатами,  $T = 0,1$  с, (Fig. 7. The dependence of the variance of the extrapolation error)



**Рис. 8.** Залежність дисперсії помилки екстраполяції  $v_{e11}$  від  $q, \sigma_M, T_M$  в РТСС за дальністю,  $T = 0,1$  с  
**(Fig. 8.** The dependence of the variance of the extrapolation error)



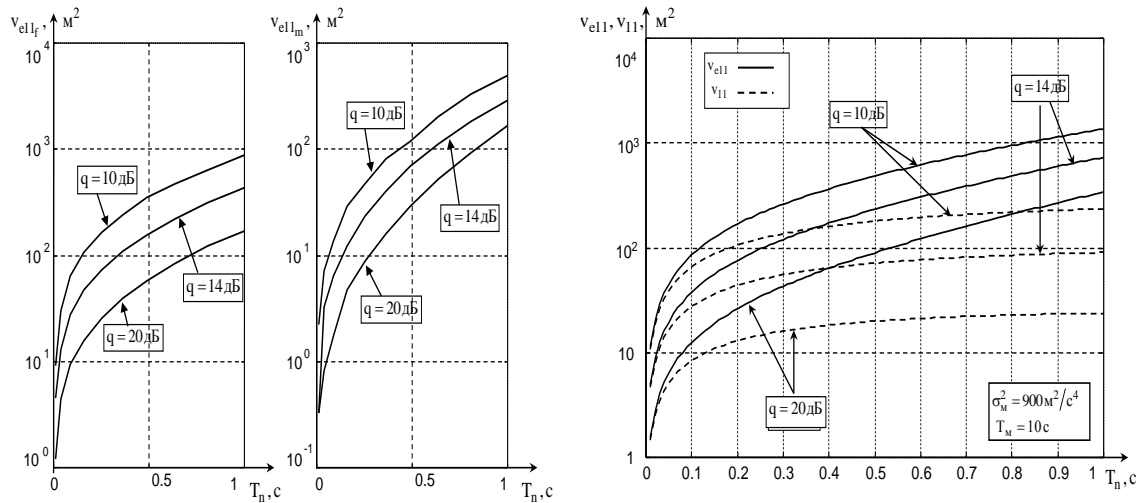
**Рис. 9.** Залежність дисперсії помилки екстраполяції  $v_{e11}$  від  $q, \sigma_M, T_M$  в РТСС за радіальною швидкістю,  $T = 0,1$  с  
**(Fig. 9.** The dependence of the variance of the extrapolation error)



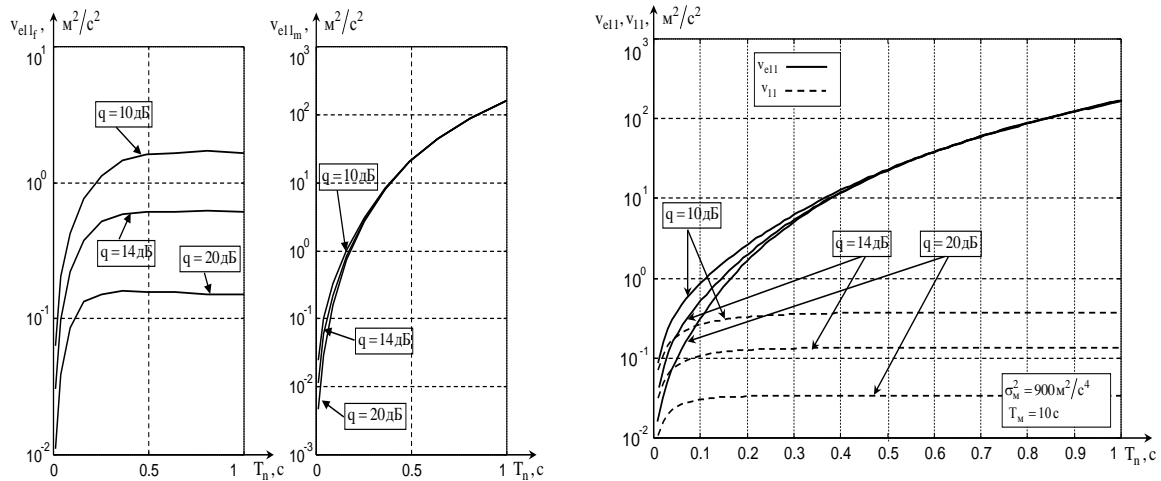
**Рис. 10.** Залежність дисперсій оцінювання  $v_{11}$  та екстраполяції  $v_{e11}$  кутової координати, а також її складової, обумовленої шумами спостережень  $v_{e11f}$ , і динамічної складової  $v_{e11m}$ , від періоду вимірювання координат  $T_n$   
**(Fig. 10.** Dependence of variances of estimation and extrapolation of angular coordinate, as well as its component)

З графіків (рис. 12) видно, що особливістю системи АС за радіальною швидкістю є те, що помилка екстраполяції (супроводження) слабо залежить від відношення “сигнал / шум”. Для з’ясування причин

цього були розраховані динамічна складова  $\sigma_{ex}^2$  дисперсії помилки й складова  $\sigma_{ef}^2$  дисперсії помилки, обумовлена шумами спостережень.



**Рис. 11.** Залежність дисперсій оцінювання  $v_{11}$  та екстраполяції  $v_{el1}$  дальності, а також її складової, обумовленої шумами спостережень  $v_{el1f}$ , і динамічної складової  $v_{el1m}$ , від періоду вимірювання координат  $T_n$  (Fig. 11. Dependence of variances of estimation and extrapolation of range, as well as its component)

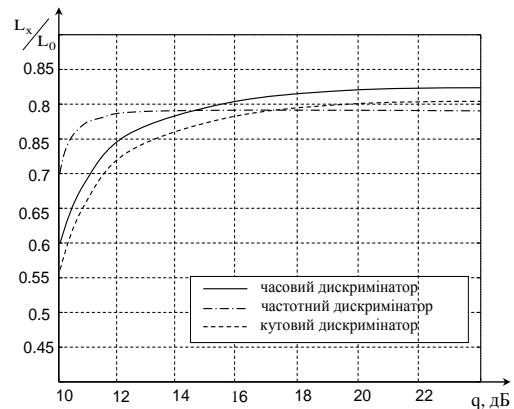


**Рис. 12.** Залежність дисперсій оцінювання  $v_{11}$  та екстраполяції  $v_{el1}$  радіальної швидкості, а також її складової, обумовленою шумами спостережень  $v_{el1f}$  і динамічної складової  $v_{el1m}$ , від періоду вимірювання координат  $T_n$  (Fig. 12. Dependence of variances of estimation and extrapolation of radial velocity, as well as its component)

Аналіз поведінки цих складових свідчить про те, що вже починаючи від  $T_n = 0,1c$  у системі АС за радіальною швидкістю основний внесок у помилку системи вносить динамічна складова.

**Визначення еквівалентних розмірів апертури характеристик дискримінаторів.** Розрахунки еквівалентних розмірів апертури характеристик дискримінаторів  $L_x$  виконані з урахуванням їхніх ДХ і флуктуаційних характеристик. При розрахунках структура й параметри алгоритмів оцінювання й екстраполяції координат повітряної цілі (10)-(14) були оптимальні за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки. При проведенні статистичного експерименту з оцінки ймовірності відсутності зриву супроводження використовувалась стохастична модель руху цілі (6). За результатами дослідження знайдені залежності відносного еквівалентного розміру апертури  $L_x/L_0$ , де  $L_0$  - ширина апертури між максимумами статичної ДХ (рис. 2), від відношення "сигнал / шум", які наведені

на рис. 13 (суцільна лінія – часовий дискримінатор, пунктирна – частотний дискримінатор, штрих-пунктирна – кутовий дискримінатор).



**Рис. 13.** Залежність відношення  $L_x/L_0$  від відношення "сигнал / шум" (Fig. 13. Dependence of the ratio  $L_x/L_0$  on the ratio "signal / noise")

З аналізу наведених залежностей випливає, що еквівалентний розмір апертури практично постійний, починаючи з певного відношення “сигнал / шум”. Стабільність параметра  $L_x$  підтверджує, що в зазначених умовах відхилення щільності розподілу ймовірностей помилок екстраполяції від нормального закону залишаються незначними, і тому результати оцінки ймовірності відсутності зриву супроводження не мають потреби в додатковому коригуванні.

Ширина еквівалентних характеристик у всіх досліджених дискримінаторах виявилася менше ширини апертури статичних характеристик. Цей факт пояснюється різким збільшенням рівня шумової складової напруги на виході приймача при наближенні помилки спостереження до границь апертури.

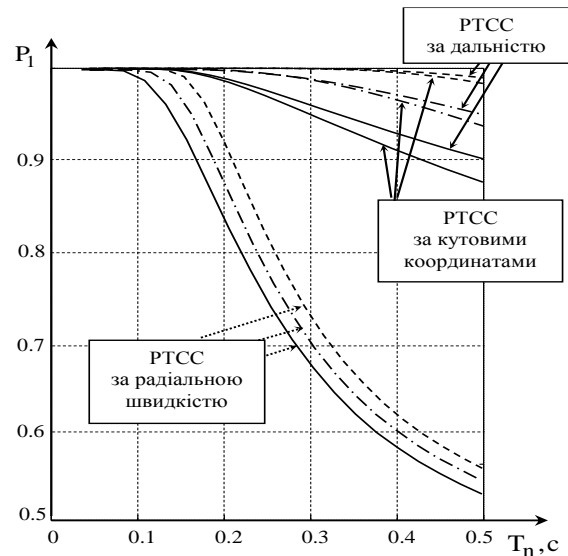
При зменшенні відношення “сигнал / шум” еквівалентний розмір апертури зменшується, що свідчить, по перше, про появу істотних відхилень щільності розподілу ймовірностей помилок екстраполяції від нормального закону, а по друге, про різке збільшення ймовірності зриву супроводження.

Також встановлено, що еквівалентний розмір апертури  $L_x$  практично не залежить від періоду виміру координат і слабо залежить від вибору параметрів і структури алгоритмів оцінювання й екстраполяції. Зазначені властивості підкріплюють можливість широкого застосування досить простої методики оцінки стійкості супроводження відповідно до виразів (1), (2).

**Порівняльний аналіз стійкості АС радіотехнічними слідкуючими системами РЛС.** Запропонована методика, що базується на застосуванні еквівалентного розміру апертури дискримінатора  $L_x$  [8], була використана для оцінки ймовірності відсутності зриву супроводження в РТСС за дальністю, радіальною швидкістю та за кутовими координатами. Структура алгоритмів оцінювання й екстраполяції координат повітряних цілей в розглянутих системах задавалася виразами (10)-(14). Параметри алгоритмів супроводження вибиралися виходячи з аналізу маневрених можливостей сучасних винищувачів, з урахуванням середньої тривалості маневру та максимальної інтенсивності. Розрахунки ймовірності відсутності зриву супроводження виконувалися для випадку, коли параметри систем супроводження, обумовлені рівняннями (10)-(14), повністю адекватні моделям руху цілі (6) і спостережень (8). У такому разі, при використанні стохастичної моделі руху цілі (6) і спостережень (8) дисперсії помилок  $\sigma_e^2$  дорівнюють елементам  $v_{e11}$  матриць помилок екстраполяції вектору стану  $V_e$ .

Для перевірки вірогідності аналітичних результатів у ряді контрольних точок ймовірність відсутності зриву супроводження визначалася шляхом проведення прямого статистичного експерименту. У ході прямого експерименту рух цілі задавався безпосередньо стохастичним рівнянням (6), та використовувалися моделі реальних дискримінаторів. На рис. 14 наведені графіки залежностей ймовірності  $P_1$  відсутності зриву супроводження протягом одного інтервалу вимірювання координат від періодичності спостережень  $T_n$ , для параметрів моделі руху цілі  $\sigma_m = 35 \text{ м/с}^2$ ,  $T_m = 8 \text{ с}$  (рис. 14). Суцільною лінією представлені

залежності для відношення “сигнал / шум” – 10 дБ, штрих-пунктирною – 14 дБ, і пунктирною – 20 дБ.



**Рис. 14.** Залежність ймовірності  $P_1$  відсутності зриву супроводження протягом одного інтервалу вимірювання координат від періодичності спостережень  $T_n$   
**(Fig. 14.** Dependence of probability of absence of failure of support during one interval of measurement of coordinates on periodicity of supervision)

Як видно з наведених результатів, у всіх системах при малих відношеннях “сигнал / шум” стійкість супроводження на одному інтервалі може бути досить високою тільки при  $T_n < 0,1 \dots 0,15 \text{ с}$ , але слідкуючі системи за дальністю й за кутовими координатами мають суттєво більш високу стійкість в порівнянні із системою супроводження за радіальною швидкістю. Таким чином, вона є найбільш чутливою до темпу вимірювання координат цілі та уразливою підсистемою АС в багатоканальній РЛС.

Найбільш повною характеристикою впливу стійкості супроводження на можливості РЛС є ймовірність відсутності зриву спостереження протягом інтервалу часу  $t_c$ , що дорівнює середній тривалості супроводження цілі:

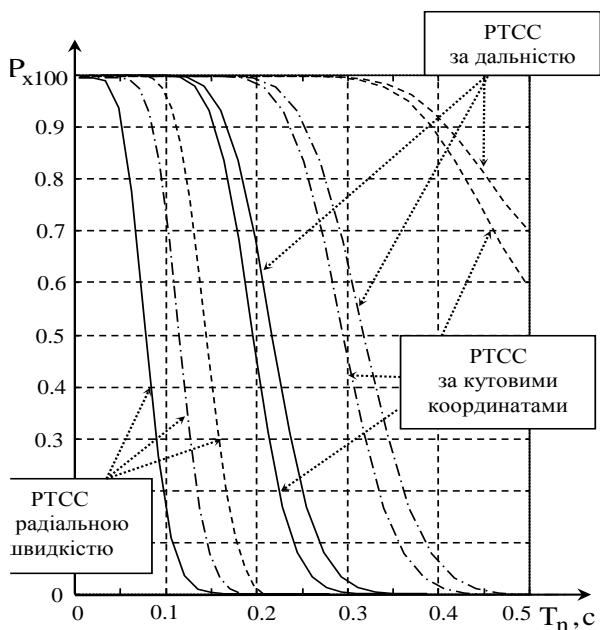
$$P_x(t_c) = \prod_{n=1}^{n_c} P_{1x}(T_n), \quad (15)$$

де  $P_{1x}(T_n)$  – ймовірність відсутності зриву спостереження за ціллю системою супроводження ( $x = r, v_r, \varphi_1, \varphi_2$ ) протягом одного інтервалу вимірювання координат. Якщо  $T_n = \text{const}$  і ймовірність відсутності зриву супроводження на всіх інтервалах однакова  $P_{1x}(T_n) = P_{1x}$ , розподіл (15) перетвориться до найпростішого вигляду:

$$P_x(t_c) = P_{1x}^{t_c/T_n}. \quad (16)$$

Виходячи з (16) і отриманих результатів (рис. 14), проведено розрахунки ймовірності  $P_{x100}$  відсутності зриву за 100 секунд для відповідних систем супроводження, які наведені на рис. 15.





**Рис. 15.** Графіки залежностей імовірності  $P_{x100}$  відсутності зриву супроводження протягом 100 с вимірювання координат від періоду вимірювання  $T_n$   
**(Fig. 15.** Graphs of dependences of probability of absence of failure of support within 100 s of measurement of coordinates from the measurement period)

Суцільною лінією представлені залежності для відношення “сигнал / шум” – 10 дБ, штрих-пунктирною – 14 дБ, і пунктирною – 20 дБ.

З наведених графіків можна визначити, що при малих відношеннях “сигнал / шум” інтервал вимірювання координат цілей не повинен перевищувати 0,03 с.

Аналізуючи отримані графіки маємо “слабке місце”, яким являється система автосупроводження за радіальною швидкістю [9].

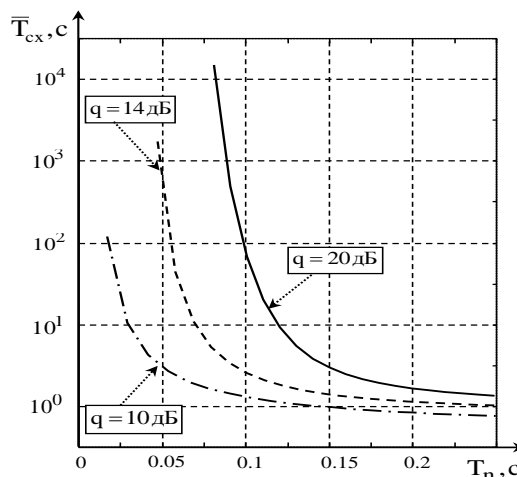
Іншою важливою характеристикою стійкості є середній час до зриву супроводження. У випадку, коли ймовірність відсутності зриву супроводження на інтервалі  $t_c = n_c T_n$  задовольняє умові (16), імовірність першого зриву спостереження  $Q_x(t_c)$  точно після  $t_c$  секунд супроводження підкоряється геометричному закону розподілу

$$Q_x(T_c) = (1 - P_{1x}) P_x(T_c), \quad (17)$$

для якого середній час до зриву супроводження визначається виразом

$$\bar{T}_{cx} = \frac{P_{1x}}{1 - P_{1x}} T_n. \quad (18)$$

З аналізу залежності середнього часу до зриву супроводження за радіальною швидкістю, що наведена на рис. 16, випливає, що при малих відношеннях “сигнал / шум” прийнятним є мінімально можливий для багатоканальної РЛС період вимірювання координат, а середній час до зриву слідкування при зростанні періоду вимірювання може становити усього лише одиниці секунд, що є зовсім неприйнятним.



**Рис. 16.** Залежності середнього часу до зриву супроводження за радіальною швидкістю від періоду вимірювання  $T_n$   
**(Fig. 16.** Dependences of the mean time to failure of tracking at radial velocity on the measurement period)

### Висновки

1. Розвиток маневрених можливостей сучасних літальних апаратів потребує оцінки можливостей радіотехнічних слідкуючих систем існуючих РЛС на предмет стійкості автосупроводження таких цілей.
  2. Для оцінки стійкості автосупроводження можливо застосовувати методику, засновану на використанні еквівалентного розміру апертури характеристики дискримінатора. Розрахунки величини еквівалентного розміру апертури характеристики дискримінатора і його залежності від відношення “сигнал / шум” виконуються на підставі результатів статистичного експерименту з оцінки стійкості супроводження в РТСС з реальними дискримінаційною та флуктуаційними характеристиками дискримінатора.
  3. В підсистемах автосупроводження за дальністю та кутовим координатам при малих відношеннях “сигнал / шум” стійкість супроводження може бути досить високою тільки при періоді вимірювання координат  $T_n \leq 0,1 \dots 0,15$  с. При високому відношенні “сигнал / шум” відбувається стрімке покращення стійкості супроводження в даних системах та з’являється можливість щодо суттєвого збільшення періоду вимірювання координат та перерозподілу енергетичних ресурсів РЛС.
  4. В системі супроводження за радіальною швидкістю при  $T_n > 0,1$  с основною складовою помилки екстраполяції (супроводження) є динамічна складова.
- Період вимірювання координат  $T_n = 0,1$  с є великим для супроводження за радіальною швидкістю і може застосовуватись при супроводженні високоманеврених цілей лише при великих значеннях відношення “сигнал / шум”. Зокрема, середній час до зриву супроводження в РТСС за радіальною швидкістю набагато нижче в порівнянні з системами супроводження за дальністю та кутовими координатами. При малих відношеннях “сигнал / шум” ( $T_n = 0,1$  с)

середній час до зриву супроводження за радіальною швидкістю може скласти декілька секунд, що суттєво менше середнього часу знаходження цілі на супроводженні. При малому відношенні “сигнал / шум” доцільно зменшувати період вимірювання координат цілі до значень  $T_n \approx 0,01 \dots 0,03$  с.

5. Таким чином, система супроводження цілі за радіальною швидкістю має показники стійкості

набагато гірші, ніж системи супроводження за дальністю й за кутовими координатами, тому, основні зусилля мають бути спрямовані на зменшення динамічної помилки супроводження за радіальною швидкістю шляхом вдосконалення алгоритмів супроводження, використання адаптивних алгоритмів та змінного періоду вимірювання координат, в тому числі для оптимізації енергетичних ресурсів РЛС.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Канащенко А., Корчагин В., Меркулов В., Самарин О. Сверхманевренность и бортовые радиолокационные системы *Радиотехника*. 2002. № 5. С. 43-50.
2. Обрезков Г.В., Разевиг В.Д. Методы анализа срыва слежения. М.: Сов. Радио, 1972. 240 с.
3. Хисматулин В.Ш., Ковальчук А.О., Сосунов О.О., Сачук И.И. Оценка устойчивости сопровождения целей с помощью эквивалентного размера апертуры характеристики дискриминатора. *Системы обработки информации*. Х.: ХВУ, 2004. Вып. 2. С. 125-132.
4. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении: Пер. с англ. М.: Связь, 1976. 496 с.
5. Первачев С.В., Валуев А.А., Чиликин В.М. Статистическая динамика радиотехнических следящих систем. М.: Сов. Радио, 1973. 488 с.
6. Зингер Р.А. Оценка характеристик оптимального фильтра для слежения за пилотируемой целью. *Зарубежная радиоэлектроника*. 1971. № 8. С. 40-57.
7. Кузьмин С. З. Цифровая радиолокация. Киев: КВЦ, 2000. 430 с.
8. Хисматулин В.Ш., Зубрицкий Г.М., Ставицкий О.М., Ковальчук А.О. Оценка устойчивости сопровождения по дальности и угловым координатам сверхманевренных летательных аппаратов многоканальной РЛС. *Системы обработки информации*. Х.: ХУПС, 2009. Вып. 4(78). С. 130-133.
9. Kovalchuk A.O., Oleshchuk M. M., Karlov V. D., Karpenko O. V., Besova O. V., Lukashuk O. V. Analysis of sensitivity of target tracking systems to external interference in multichannel radars with fixed parameters. *Сучасні інформаційні системи*. 2021. Том 5, No. 1. С. 82-86. DOI: <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2021.1.11>.

## REFERENCES

1. Kanashchenkov, A., Korchagin, V., Merkulov, V. and Samarina, O. (2002), "Super maneuverability and onboard radar systems", *Radiotekhnika*, No. 5, pp. 43-50.
2. Obrezkov, G.V. and Razevig, W.D. (1972), *Methods of tracking failure analysis*, Sov. Radio, Moscow, 240 p.
3. Khismatulin, V.Sh., Kovalchuk, A.O., Sosunov, O.O. and Sachuk, I.I. (2004), "Estimation of stability of support of the purposes by means of the equivalent size of an aperture of the characteristic of the discriminator", *Information processing systems*, No. 2. HVU, Kharkiv, pp. 125-132.
4. Sage, E. and Mels, J. (1976), *Evaluation theory and its application in communication and control*, Comm., Moscow, 496 p.
5. Pervachev, S.V., Valuev, A.A. and Chilikin V.M. (1973), *Statistical dynamics of radio engineering tracking systems*, Sov. Radio, Moscow, 488 p.
6. Singer, R.A. (1971), "Estimation of the characteristics of the optimal filter for tracking a manned target", *Foreign Radio Electronics*, No. 8, pp. 40-57.
7. Kuzmin, S.Z. (2000), *Digital Radar*, KVIC, Kyiv, 430 p.
8. Khismatulin, V.Sh., Zubritsky G.M., Stavitsky O.M. and Kovalchuk, A.O. (2009), "Estimation of stability of tracking by range and angular coordinates of super maneuverable aircraft of multichannel radar", *Information processing systems*, No. 4 (78), HVU, Kharkiv, pp. 130-133.
9. Kovalchuk, A.O., Oleshchuk, M. M., Karlov, V. D., Karpenko, O. V., Besova, O. V., and Lukashuk, O. V. (2021), "Analysis of sensitivity of target tracking systems to external interference in multichannel radars with fixed parameters", *Advanced information systems*, Vol. 5, No. 1, pp. 82-86, DOI: <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2021.1.11>.

Received (Надійшла) 27.06.2021

Accepted for publication (Прийнята до друку) 15.09.2021

## ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ / ABOUT THE AUTHORS

**Струцінський Олег Васильович** – кандидат технічних наук, командир військової частини А 0215Г, Вінниця, Україна;  
**Oleh Strutsinsky** – Candidate of Technical Sciences Deputy Head of the military unit А 0215Г, Vinnitsa, Ukraine;  
 e-mail: [lnna700nf@ukr.net](mailto:lnna700nf@ukr.net); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6175-7678>.

**Карлов Володимир Дмитрович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри фізики та радіоелектроніки Харківського національного університету Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна;  
**Volodymyr Karlov** – Doctor of Technical Sciences Professor Head of Physics and Radio Electronics Department, Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University, Kharkiv, Ukraine;  
 e-mail: [Karlov@ukr.net](mailto:Karlov@ukr.net); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1043-684X>.

**Ковальчук Андрій Олексійович** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, доцент кафедри фізики та радіоелектроніки, Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна;  
**Andrii Kovalchuk** – Candidate of Technical Sciences, Senior Research, Associate Professor of Physics and Radio Electronics Department; Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University, Kharkiv, Ukraine;  
 e-mail: [lnna700nf@ukr.net](mailto:lnna700nf@ukr.net); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1269-9368>.

**Бархударян Микола Віталійович** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, доцент кафедри, Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна;

**Mykola Barkhudaryan** – Candidate of Technical Sciences, Senior Research, Associate Professor of Department; Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University, Kharkiv, Ukraine;

e-mail: [Barkhudaryan\\_M@ukr.net](mailto:Barkhudaryan_M@ukr.net); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-8547-6504>.

**Ковальчук Віктор Анатолійович** – кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри, Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна;

**Viktor Kovalchuk** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of Department; Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University, Kharkiv, Ukraine;

e-mail: [Kovalchuk\\_Viktor@ukr.net](mailto:Kovalchuk_Viktor@ukr.net); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1370-355X>.

### **Анализ устойчивости автосопровождения высокоманевренных воздушных объектов радиотехническими следящими системами многоканальной РЛС**

O. В. Струцинский, В. Д. Карлов, А. А. Ковальчук, Н. В. Бархударян, В. А. Ковальчук

**Аннотация.** Многоканальные радиолокационные станции (РЛС) сопровождения целей с фазированными антенными решетками (ФАР) широко применяются для сопровождения воздушных объектов. Использование ФАР в комбинации с цифровой вычислительной техникой позволяет управлять диаграммой направленности (ДН) РЛС и сопровождать несколько целей в режиме распределения времени. Использование ФАР в комбинации с цифровой вычислительной техникой позволяет управлять диаграммой направленности (ДН) РЛС и сопровождать несколько целей в режиме распределения времени. Сопровождение воздушной цели в многоканальной РЛС обеспечивается подсистемами измерения дальности, радиальной скорости и угловых координат, в большинстве случаев, без адаптации к характеристикам внешних воздействий. При сопровождении высокоманевренных воздушных целей, к которым относятся, в первую очередь, истребители 5-го и так называемого 4<sup>++</sup>-го поколений, происходит существенное снижение точности и устойчивости сопровождения относительно участка отсутствия маневрирования. В случае настройки алгоритмов следящих систем на низкую интенсивность маневрирования или его отсутствие значительное возрастание ошибки сопровождения летательного аппарата на участке маневрирования приведет к срыву автосопровождения за счет значительной динамической составляющей ошибки. В данной публикации проведен анализ точности автосопровождения маневрирующих целей подсистемами дальности, радиальной скорости и угловых координат с фиксированными параметрами в случае, когда настройки параметров алгоритмов следящих систем совпадают с характеристиками внешних воздействий. Исследовано влияние параметров модели наблюдений, стохастической модели движения цели с экспоненциально коррелированными значениями ускорения цели, а также периода измерения координат на потенциальную точность сопровождения радиотехническими следящими системами многоканальной РЛС. Для оценки устойчивости автосопровождения предложено использование эквивалентного размера апертуры дискриминационной характеристики. Проведена оценка влияния параметров стохастической модели движения цели, модели наблюдений и периода измерений координат на устойчивость автосопровождения по дальности, радиальной скорости и угловым координатам. Показано, что «слабым звеном» является система сопровождения по радиальной скорости. В результате проведенных исследований появляется возможность дальнейшей оценки целесообразности адаптации систем автосопровождения к маневренным характеристикам целей и выработка рекомендаций по выбору периода измерения координат цели.

**Ключевые слова:** система автоматического сопровождения; дисперсия ошибки экстраполяции; дальность; радиальная скорость; угловые координаты; следящее измерение.

### **Analysis of the stability of automatic tracking of super maneuvering air objects by radio technical tracking systems of the multichannel radar**

Oleh Strutsinsky, Volodymyr Karlov, Andrii Kovalchuk, Mykola Barkhudarian, Viktor Kovalchuk

**Abstract.** Multichannel tracking radars with phased antenna arrays are widely used to track air targets. The use of a phased array in combination with digital computing technology allows to control the radar radiation pattern and track several targets in the time distribution mode. Air target tracking in a multichannel radar is provided by subsystems for measuring range, radial velocity and angular coordinates, in most cases, without adaptation to the external influence characteristics. When tracking supermaneuverable air targets, such as 5th and so-called 4<sup>++</sup> generation fighters, there is a decrease in the accuracy and stability of tracking relative to the area without maneuver. If the tracking system algorithms are tuned to a low intensity of maneuvering or its absence, a significant increase in the error of tracking the aircraft in the maneuvering section will lead to disruption of auto tracking due to a significant dynamic component of the error. The stability of auto-tracking of maneuvering targets by subsystems of range, radial velocity, and angular coordinates with fixed parameters for the case when the setting of the parameters of the tracking system algorithms coincide with the characteristics of the external influence is analyzed in the paper. The influence of the observation model parameters, the stochastic model of the target movement with exponentially correlated values of the target acceleration, and the measurement period of the target coordinates on the potential tracking accuracy by radio technical tracking systems of the multichannel radar is investigated. To assess the stability of auto-tracking, it is proposed to use the equivalent aperture size of the discriminating characteristic. The influence of the parameters of the target movement stochastic model, the observation model, and the measurement period of the target coordinates on the stability of auto-tracking in terms of range, radial velocity, and angular coordinates is estimated. It is shown that the "weak link" is the radial velocity tracking system. As a result of the research carried out, it becomes possible to further assess the feasibility of adapting the auto-tracking systems to the target maneuvering characteristics and to develop recommendations for choosing the measurement period of the target coordinates.

**Keywords:** automatic tracking system; extrapolation error dispersion; range, radial velocity; angular coordinates; tracking measurement.