УДК 528.88:58.02 + 519.816 DOI: https://doi.org/10.20998/2522-9052.2021.3.05

Р. Е. Пащенко[1], М. В. Марюшко[2]

[1] Інститут радіофізики та електроніки імені О.Я. Усикова НАН України, Харків, Україна
[2] Національний аерокосмічний університет імені М.Є. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна

# ОЦІНКА ШВИДКОСТІ ПРОЦЕСУ ФОТОСИНТЕЗУ РОСЛИН ПРИ НЕЧІТКОМУ ОПИСІ ФАКТОРІВ ВПЛИВУ ТА ІНДИКАТОРІВ

**Анотація. Предметом дослідження** є оцінка швидкості (інтенсивності) процесу фотосинтезу сільськогосподарських культур при нечіткому описі зовнішніх факторів впливу та спеціальних індикаторів. Об'єктом дослідження є визначення швидкості (інтенсивності) процесу фотосинтезу рослин в заданий момент при відомих факторах впливу і індикаторах процесу фотосинтезу, отриманих з використанням дистанційних засобів. **Мета роботи** полягає у розгляді можливості застосування теорії нечітких множин для розв'язання задачі оцінки швидкості процесу фотосинтезу рослин. **У результаті дослідження** було введено нечіткий опис факторів впливу та індикаторів процесу фотосинтезу рослин. На основі такого опису розроблений метод прийняття рішення про характер (швидкість) процесу фотосинтезу з урахуванням індексу NDVI і фрактальної розмірності. Наведено результати визначення швидкості процесу фотосинтезу рослин при трьох різних наборах значень факторів впливу та індикаторів процесу фотосинтезу. **Висновки.** Показано, які нечіткі значення факторів і індикаторів впливають на оцінку швидкості процесу фотосинтезу рослин.

**Ключові слова:** фотосинтез; нечіткий опис; фактор впливу; індекс NDVI; фрактальна розмірність.

## Вступ

Швидкість (інтенсивність) процесу фотосинтезу в рослині, яка вимірюється по виділенню кисню, залежить від ряду внутрішніх і зовнішніх факторів. До найбільш важливим внутрішніх чинників відносять: структуру листа і вміст у ньому хлорофілу; накопичення продуктів фотосинтезу в хлоропластах; вплив ферментів; наявність малих кількостей необхідних неорганічних речовин [1]. Основними зовнішніми факторами, що впливають на процес фотосинтезу є: параметри випромінювання, що потрапляє на листя (світло); температура навколишнього середовища; концентрація вуглекислоти і кисню в атмосфері поблизу рослини; вологість повітря [2]. В даний час для визначення інтенсивності засвоєння вуглецю рослиною (фотосинтезу) використовується ряд методів: газометричне визначення інтенсивності фотосинтезу в природних умовах; радіометричний метод визначення інтенсивності фотосинтезу; визначення «чистої» продуктивності фотосинтезу; метод інфрачервоної спектрометрії; манометричний метод визначення інтенсивності фотосинтезу і ін. [3]. Однак ці методи в основному застосовуються в польових або лабораторних умовах і вимагають спеціального обладнання, наприклад, інфрачервоних газоаналізаторів, спектрометрів, приладу Варбурга, а також різних хімічних реагентів [4]. Крім того, для реалізації цих методів потрібні значні тимчасові витрати, а деякі з них призводять до загибелі досліджуваних рослин.

В даний час технології дистанційного зондування Землі активно застосовуються для вирішення різних завдань в сільському господарстві, в тому числі і для прогнозування врожайності сільськогосподарських культур [5]. При цьому супутникові дані забезпечують широке охоплення сільськогосподарських угідь, високу точність результатів, а також високу частоту отримання даних. При оцінці швидкості процесу фотосинтезу рослин дані дистанційного зондування можуть використовуватися для отримання чисельних значень факторів впливу та індикаторів процесу фотосинтезу. Ці дані можуть бути отримані з використанням штучних супутників Землі низького і середнього просторового дозволу Terra, Aqua, Suomi NPP, NOAA-20, Landsat, Sentinel-2 і т.д. За допомогою сенсорів, які розташовані на їх борту, можна отримувати дані про різні параметри атмосфери (аерозолях, температурі і вологості, характеристиках хмарності, стан озонового шару, забруднення повітря і т.д.) і поверхні Землі (характеристиках ґрунтово-рослинного покриву, температурі , пожежонебезпечної і паводкової обстановки і т.д.). Космічні знімки в різних діапазонах довжин хвиль, отримані за допомогою супутників дистанційного зондування Землі, можуть бути використані для розрахунку різних вегетаційних індексів, зокрема індексу NDVI, а також розрахунку фрактальних розмірностей підстилаючих поверхонь.

Завдання оцінки швидкості процесу фотосинтезу рослин сформулюємо наступним чином: при відомих факторах впливу і індикаторах процесу фотосинтезу, отриманих з використанням дистанційних засобів, необхідно прийняти рішення про те, яка в даний момент швидкість (інтенсивність) даного процесу.

Оперативна оцінка швидкості процесу фотосинтезу рослин заснована на обліку чинників впливу та індикаторів фотосинтезу при оцінці його інтенсивності. Однак, чисельні значення факторів впливу та індикаторів визначаються в умовах відсутності необхідної статистики про ступінь їх впливу на оцінку швидкості процесу фотосинтезу. Крім того, спільний вплив різних чинників на швидкість і ефективність процесу фотосинтезу залежить від комбінації числових величин цих факторів впливу, при цьому всі вони не обов'язково повинні мати максимальну величину. Так, наприклад, при невеликій інтенсивності освітлення, процес фотосинтезу може прискорюватися за рахунок збільшення температури на-

© Пащенко Р. Е., Марюшко М. В., 2021 

вколишнього середовища, збільшення інтенсивності освітлення при збільшенні концентрації вуглекислого газу в повітрі також прискорює процес фотосинтезу. При цьому краще відношення факторів впливу визначається експериментально для різних типів рослин. Таким чином, в умовах нестохастичної невизначеності факторів впливу та індикаторів, оцінка процесу фотосинтезу може відбуватися тільки на основі експертних даних, при цьому експертиза може розглядатися в нечіткій постановці.

**Мета роботи:** розглянути можливість застосування теорії нечітких множин для розв'язання задачі оцінки швидкості процесу фотосинтезу рослин.

## Нечіткий опис факторів впливу та індикаторів процесу фотосинтезу

Як зазначалося, вище швидкість процесу фотосинтезу обумовлюється наявністю і значенням певних зовнішніх чинників впливу, а індикаторами цього процесу можуть також бути спеціальні числові показники.

До зовнішніх факторів, що впливають на процес фотосинтезу, в даній роботі будемо відносити:

– інтенсивність світла, що потрапляє на рослини, тобто кількість світла необхідне рослинам для фотосинтезу;
– температуру навколишнього середовища;
– концентрація (вміст) вуглекислого газу в атмосфері поблизу рослини;
– вологість повітря.

До індикаторів процесу фотосинтезу в даній роботі будемо відносити:

– індекс NDVI;
– фрактальну розмірність.

Коротко розглянемо характеристику чинників впливу та індикаторів процесу фотосинтезу.

Дослідження показують [1], що інтенсивність світла є одним з найважливіший факторів фотосинтезу. При його низьких значеннях швидкість фотосинтезу невелика і зростає прямо пропорційно зі збільшенням інтенсивності світла. Однак, при подальшому збільшенні інтенсивності світла наростання швидкості фотосинтезу стає все менше і менше (область світлового насичення), а, коли освітленість досягає певного рівня (близько 10 000 люкс) [2], подальше збільшення інтенсивності світла вже не впливає на швидкість фотосинтезу. Освітлення в яскравий літній, сонячний день відповідає 100 000 люкс [3]. Таким чином, в природних умовах висвітлювати рослина сильніше 10 000 люкс не має сенсу, так як при цьому швидкість фотосинтезу не буде зростати.

Температура впливає на всі процеси життєдіяльності рослини. Нижня температурна межа, при якій може здійснюватися фотосинтез, близько 5° С, найбільш сприятливою для фотосинтезу вважають температуру 25° С. При підвищенні температури на 10° С інтенсивність фотосинтезу приблизно подвоюється. Посилення фотосинтезу, проте, відбувається тільки до температури 30-35° С, подальше підвищення її призводить до зменшення фотосинтезу, а при 40-45° С він припиняється і при подальшому підвищенні температури знижується [2]. Таким чином, на температурній кривій є три основні точки фотосинтезу: мінімум, оптимум, максимум.

До числа зовнішніх факторів відноситься і вміст вуглекислого газу в атмосфері. Вуглекислий газ в сучасній атмосфері має концентрацію в середньому 0.03% [2]. При збільшенні кількості вуглекислого газу в атмосфері фотосинтез зростає, але прямої пропорційності між вмістом вуглекислого газу і фотосинтезом не спостерігається. Встановлено, що ефективність фотосинтезу у всіх видів рослин буде зростати з підвищенням концентрації вуглекислого газу від 0.3% до 0.5%. Більшість видів рослин негативно реагує на тривалий вплив вуглекислого газу, концентрацією вище 0.5% [1]. Прийнято вважати, що оптимальна концентрація вуглекислого газу залежить від виду рослин, а її середнє значення становить 0.1%.

Вологість повітря і вода є одними з умов життєдіяльності рослин і процесу фотосинтезу. При нестачі вологості повітря (8-12%) сповільнюється процес проникнення вуглекислого газу, а це призводить до зменшення швидкості фотосинтезу [3]. Надмірне зволоження також негативно позначається на інтенсивності фотосинтезу, вуглекислий газ не може проникнути всередину листа. Оптимальна величина відносної вологості, необхідної для фотосинтезу, становить 50-80% [6].

Вегетаційні індекси (математична комбінація двох або більше спектральних діапазонів) дозволяють досліджувати біомасу, інтенсивність росту, густоту рослинного покриву [7]. Нормалізований вегетаційний індекс NDVI можна розрахувати з використанням виразу

$$NDVI = \frac{NIR - RED}{NIR + RED}, \qquad (1)$$

де NIR – ближній інфрачервоний спектральний діапазон (0.85-0.88 мкм); RED – видимий червоний спектральний діапазон (0.64-0.67 мкм).

Значення індексу NDVI змінюються межах від -1 до 1. Негативні значення індексу NDVI відповідають водним поверхнях, будівлям, горам і т. д. Для відкритого ґрунту значення індексу NDVI змінюються від 0.1 до 0.2, а для рослинності – завжди від 0.2 до 1. Як правило, значення індексу NDVI від 0.2 до 0.4 відповідають території з розрідженою рослинністю, для помірної рослинності – від 0.4 до 0.6, для густої – вище 0.6 [8].

Фрактальна розмірність є дробовою величиною і показує складність (порізаність) форми, яка заповнює простір. Існує багато методів розрахунку розмірності, але всі вони включають підрахунок об'єму або площі фрактальної форми і того, як вона змінюється в різних масштабах. При аналізі цифрових зображень фрактальна розмірність (D) змінюється в межах від 2.0 до 3.0. Для визначення величини фрактальної розмірності на практиці найчастіше застосовують метод покриття [9].

Фрактальну розмірність можна розрахувати з використанням виразу

$$D = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)}, \quad (2)$$

де $\varepsilon$ – довжина сторони кубів, якими покривають зображення; $N(\varepsilon)$ – кількість кубів покриття.

В роботі [10] показано, що при обробці цифрових зображень посівів кукурудзи для «вікна» розміром $16\times16$ пікселів середнє значення фрактальної розмірності дорівнює $D = 2.922$ (станом на 16.06.2018), $D = 2.946$ (станом на 09.07.2018), $D = 2.910$ (станом на 29.07.2018). При цьому характер змін середнього індексу NDVI для цих зображень був наступним: $NDVI(16.06.18) = 0.688$, $NDVI(09.07.18) = 0.770$, $NDVI(29.07.18) = 0.662$. В роботі [10] також показано, що величина фрактальної розмірності залежить від розміру «вікна» при обробці.

На практиці статистична інформація про фактори впливу та індикаторах процесу фотосинтезу сильно обмежена. Тому завдання оперативної оцінки швидкості (інтенсивності) процесу фотосинтезу треба розглядати в умовах апріорної невизначеності, а її рішення можна здійснювати на основі проведення експертизи з використанням нечітких множин і обробки експертних даних.

Підхід до формалізації поняття нечіткої множини полягає в узагальненні поняття приналежності [10]. Нечіткі множини є природним узагальненням звичайних множин, при відмові від бінарного характеру цієї функції і припущенні, що вона може приймати будь-які значення на відрізку $[0,1]$. В теорії нечітких множин характеристична функція називається функцією приналежності, а її значення $\mu_A(x)$ – ступенем приналежності елемента x нечіткій множині A.

Більш строго, нечіткою множиною A називається сукупність пар [11]

$$A = \{x, \mu_A(x) | x \in U\}, \quad (3)$$

де $\mu_A$ – функція приналежності, тобто $\mu_A : U \to [0,1]$.

Підхід до проведення експертизи в умовах нечіткої постановки завдання і обробки отриманих даних описаний в [12].

При організації експертизи вирішується завдання прийняття рішень про вибір найбільш точної оцінки швидкості процесу фотосинтезу $V_{opt}$ зі всієї безлічі допустимих оцінок значень $V$ (класів швидкостей фотосинтезу). При формуванні безлічі $V$, як правило, керуються узагальненими значеннями факторів впливу та індикаторів процесу, властивих різним класам швидкостей фотосинтезу. Однак, через відсутність апріорних даних про узагальнені значення факторів впливу і індикаторів, експерт такими значення не керується. Тому при визначенні швидкості фотосинтезу (при проведенні експертизи) використовується безліч оцінок значень факторів впливу та індикаторів, які доступні кожному з $N$ експертів.

При цьому в системі оцінки швидкості фотосинтезу враховується: інформація про значення факторів впливу та індикаторів на швидкість фотосинтезу; множина оцінок значень факторів впливу та індикаторів, доступні кожному експерту; наявність зв'язку між експертами; наявність зворотного зв'язку; метод обробки експертних даних. Облік цих даних дозволяє підвищити точність прогнозної оцінки швидкості процесу фотосинтезу.

Виходячи з цього, в системі оцінки швидкості фотосинтезу може бути реалізована така схема експертизи, в якій кожен $N$-й експерт свою суб'єктивну думку про прогнозовані значення фактору впливу і індикатора процесу фотосинтезу висловлює в нечітких оцінках прогнозних значень. Це реалізується тоді, коли кожен експерт висловлює свою думку про прогнозовані значення фактору впливу і індикатора у вигляді нечіткого трикутного числа, функція належності якого має вигляд [11]

$$\mu_{A_k}(x) = \begin{cases} \left[x - (A_k - \Delta_1)\right] / \Delta_1, & A_k - \Delta_1 \le x \le A_k, \\ \left[(A_k - \Delta_2) - x\right] / \Delta_2, & A_k \le x \le A_k + \Delta_2, \\ 0, & 0 \le A_k - \Delta_1,\ x \ge A_k + \Delta_2, \end{cases} \quad (4)$$

графічне представлення якого показано на рис. 1.

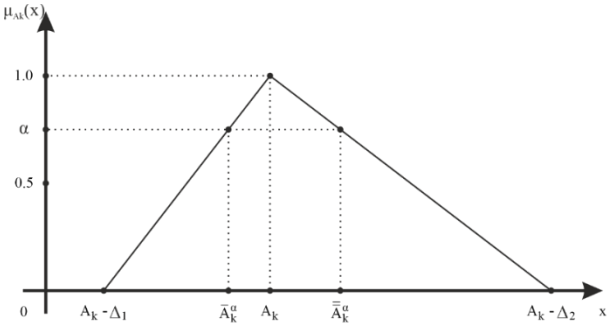


**Рис. 1.** Представлення значення фактору впливу індикатора нечітким трикутним числом
(**Fig. 1.** Representation of the value of the influence factor of the indicator by a fuzzy triangular number)

При виборі функції приналежності у вигляді нечіткого трикутного числа, кожен N-ий експерт висловлює свою суб'єктивну думку у вигляді трьох значень про кожен фактор впливу і індикаторі процесу фотосинтезу: $(A_k - \Delta_1)$ – негативна оцінка (зростаюча ділянка трикутника); $A_k$ – оцінка, найбільш очікувана (вершина трикутника); $(A_k + \Delta_1)$ – позитивна оцінка (спадаюча ділянка трикутника). Потім отримані оцінки усереднюють з урахуванням вагових коефіцієнтів експертів, що залежать від їхнього досвіду, і виходить опис кожного фактору впливу і індикатора процесу фотосинтезу. Якщо експерт вибирає значення функції приналежності фактору впливу або індикатора рівним $\alpha(\mu_{Ak}(x) = \alpha)$ (рис. 1), то визначаються чіткі $\alpha$-

рівневі підмножини, де – відповідно ліва і права межі значення фактору впливу або індикатора процесу фотосинтезу. Виходячи зі змісту нечіткого підмножини $A_k$, експерт вибирає $\alpha \geq \alpha_{нд}$, де $\alpha_{нд}$ – рівень необхідної довіри прогнозних значень факторів впливу або індикаторів процесу фотосинтезу, наприклад, $\alpha_{нд}$ може обраний $\alpha_{нд} = 0.6$ для індексу NDVI. Для оцінки швидкості процесу фотосинтезу за прогнозованими значеннями факторів впливу і індикаторами в нечіткій постановці, розглянемо можливу декомпозицію проблеми в ієрархію, яка представлена на рис. 2.

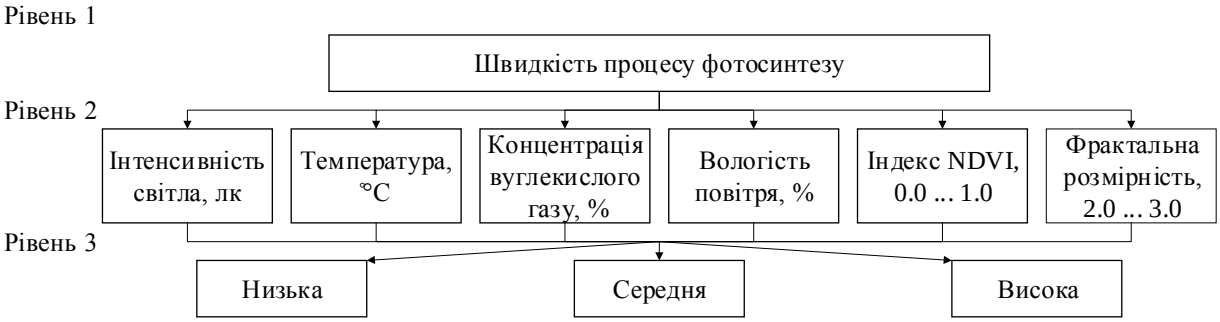


**Рис. 2** Декомпозиція проблеми в ієрархію (**Fig. 2** Decomposition of the problem in the hierarchy)

На рис. 2 видно, що декомпозиція проблеми в ієрархію має три рівні. На першому рівні характеризується мета, яка досягається при вирішенні проблеми – оцінка швидкості процесу фотосинтезу. На другому рівні вводяться, аналізуються і описуються фактори впливу та індекси, за якими повинно прийматися рішення про швидкість процесу фотосинтезу. Третій рівень визначає перелік альтернатив, які, на думку експертів, складають повну їх множину. Таким чином, при відомих наборах значень факторів впливу і індексів процесу фотосинтезу (на практиці ці значення перетинаються) необхідно прийняти рішення про швидкість процесу фотосинтезу.

Як видно на рис. 2, нечіткий прогнозований опис значень факторів впливу на процес фотосинтезу $(A_1, A_2, A_3, A_4)$ має чітко виражену кількісну природу і вимірюються у відповідних величинах (люксах, градусах Цельсія і відсотках), нечіткий прогнозований опис індикаторів процесу фотосинтезу $(A_5 \, i \, A_6)$ також може бути віднесено до кількісних (індекс NDVI може змінюватися від 0 до 1, а фрактальна розмірність від 2 до 3). При цьому, як зазначалося вище, фактори впливу та індикатори процесу фотосинтезу будемо прогнозувати в нечіткій постановці і їх прогнозні значення описувати нечіткими трикутними числами.

З використанням апріорної інформації про основні чинники, що впливають на процес фотосинтезу, і його індикатори визначимо (проведемо експертизу) діапазони зміни ступеня впливу факторів і індикаторів на оцінку швидкості процесу фотосинтезу. В якості експертів виступатимуть автори роботи. У табл. 1 наведено діапазони зміни значень факторів впливу та індикаторів процесу фотосинтезу при прийнятому рівні $\alpha$ функцій належності для трьох різних умов оцінки процесу фотосинтезу.

*Таблиця 1* – **Значення факторів впливу та індикаторів процесу фотосинтезу**

| Процес фотосинтезу | Інтенсивність світла, лк × $10^3$ | Температура, °С | Концентрація вуглекислого газу, % | Вологість повітря, % | Індекс NDVI, 0.0 ... 1.0 | Фрактальна розмірність, 2.0 ... 3.0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
| ПФ 1 | 9 … 11 | 20 … 30 | 0.1 … 0.3 | 60 … 80 | 0.6 … 0.7 | 2.92 … 2.95 |
| ПФ 2 | 7 … 10 | 10 … 20 | 0.05 … 0.15 | 40 … 60 | 0.5 … 0.6 | 2.90 … 2.93 |
| ПФ 3 | 8 … 9 | 25 … 35 | 0.03 … 0.1 | 30 … 50 | 0.6 … 0.7 | 2.91 … 2.94 |

Як видно з аналізу даних табл. 1, діапазони зміни значень факторів впливу та індикаторів трьох процесів фотосинтезу перетинаються, і визначити швидкість цих процесів в таких умовах стає неможливо. Тому при обробці експертних даних значення кожного фактору впливу і індикатора процесу фотосинтезу будемо представляти нечіткою підмножиною (нечітким трикутним числом).

При визначенні значень функції приналежності експерти керуються думкою: у скільки разів обраний фактор впливу і індикатор процесу фотосинтезу більш істотний (вагоміший) по відношенню до іншого фактору впливу і індикатору з точки зору можливості оцінки швидкості процесу фотосинтезу. При цьому використовується дев'яти бальна шкала, обґрунтування вибору якої наведено в [13]:

– якщо *i*-й та *j*-й фактори впливу або індикатори $(A_i \, i \, A_j)$ немає сенсу порівнювати, тобто вони не порівнювані, то оцінка за якісною шкалою дорівнює 0;

– за умови, що *i*-й та *j*-й фактори впливу однаково важливі, то за якісною шкалою оцінка дорівнює 1;

– якщо *i*-й фактор впливу незначно важливіше, ніж j-ий, то оцінка дорівнює 3;

– якщо ж *i*-й фактор впливу просто важливіше j-го – оцінці присвоюється значення 5;

– в разі, коли *i*-й фактор впливу значно важливіше j-го – оцінка має значення 7;

– якщо *i*-й фактор впливу за своєю значимістю абсолютно перевершує *j*-й – оцінці присвоюється значення 9.

Для зворотного порівняння *j*-го фактору впливу з і-им $\left(A_j \, i \, A_i\right)$ використовуються зворотні величини: $1, 1/3, ..., або 1/9$.

Значення оцінок 2, 4, 6, 8 і їх зворотні величини використовуються для полегшення компромісів між судженнями, які відрізняються незначно.

Як показано в роботі [13], з використанням такої якісної шкали оцінок кожен експерт може представляти бінарні порівняння значень функції приналежності $\mu_A(x_i)$ і $\mu_A(x_j)$ у вигляді матриці $A(n) = \|a_{ij}(n)\|$, де $n = 1,...N; i, j = 1,..., k$.

Потім в результаті усереднення матриць всіх експертів виходить матриця $A = \|a_{ij}\|$. Якщо отримана матриця є квадратної, то вирішуючи матричне рівняння

$$AX^T = \lambda X \qquad (5)$$

можна визначити власні числа $\lambda$ матриці, як корені характеристичного рівняння

$$A - \lambda E = 0, \qquad (6)$$

де E – одинична матриця.

При цьому кожному власному числу $\lambda$ буде відповідати власний вектор X. Якщо матриця A складається з елементів, які дорівнюють $a_{ij} > 0; a_{ji} = 1/a_{ij}; a_{ip} = a_{ij} a_{jp}$, де $i, j, p = 1,..., k$, (матриця є невід'ємною, зворотньосиметричною і узгодженою), то характеристичне рівняння має один корінь $\lambda = \lambda_{\max} = k$, при цьому єдиному корені відповідає єдиний власний вектор X.

У разі подання суб'єктивних суджень експертів у вигляді такої матриці, рішення матричного рівняння

$$AX^T = kX \qquad (7)$$

буде визначати власний вектор

$$X = \{\mu_A(x)/x\}, x \in X,$$

а числова міра розбіжності $\lambda_{\max} i k$ визначатиме числову міру узгодженості суджень експертів. Якщо

$$a_{i,j}^{(n)} = \mu_A(x_i)/\mu_A(x_j), a_{j,p}^{(n)} = 1/a_{i,j}^{(n)} \; i \; a_{i,p}^{(n)} = a_{i,j}^{(n)} a_{j,p}^{(n)},$$

то недіагональні значення матриці будуть $a_{i,j}^{(n)} > 0$, діагональні – $a_{i,i}^{(n)} = 1$, де $\mu_A(x_i), \mu_A(x_j)$ – судження експертів про функції приналежності; $i, j = 1,..., k$.

Також, якщо, то, а отже, відповідно до рівняння

$$A\mu^T = \lambda_{\max} - \mu \qquad (8)$$

можна сформувати вектор $\mu = \{\mu_A(x_j)\}$, $j = 1,..., k$, $j$ = 1, ..., $k$, тому що $\mu_A(x_j) = 1/p_j$.

## Оцінка швидкості процесу фотосинтезу

З використанням методу аналізу ієрархій [13], оцінимо швидкість процесу фотосинтезу при прийнятому рівні $\alpha$. Для цього проведемо попарне порівняння важливості факторів впливу та індикаторів процесу фотосинтезу $(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 \, i \, A_6)$, які представлені у вигляді інтервалів, де $k = 1,...,6$ (табл. 1). При цьому, якщо один фактор оцінюється в $\alpha$ раз вагоміше, ніж інший, то другий фактор оцінюється в $1/\alpha$ раз вагоміше, ніж перший, і т.д.

Результати бінарного порівняння факторів впливу та індикаторів процесу фотосинтезу, отримані за результатами експертизи з використанням якісної дев'яти бальної шкали (другий рівень ієрархії), наведені в табл. 2. При складанні таблиці в якості експертів виступали автори роботи.

Коротко розглянемо доводи експертів при заповненні табл. 2, тобто при обґрунтуванні вагомості факторів впливу та індикаторів процесу фотосинтезу при оцінці його швидкості.

*Таблиця 2* – **Бінарне порівняння факторів впливу та індикаторів процесу фотосинтезу**

| Фактори впливу та індикатори процесу фотосинтезу | $A_1$, лк | $A_2$, °C | $A_3$, % | $A_4$, % | $A_5$, 0.0 ... 1.0 | $A_6$, 2.0 ... 3.0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ – Інтенсивність світла, лк | 1 | 1 | 7 | 5 | 1/5 | 1/3 |
| $A_2$ – Температура, °C | 1 | 1 | 7 | 7 | 1/5 | 1/3 |
| $A_3$ – Концентрація вуглекислого газу, % | 1/7 | 1/7 | 1 | 1 | 1/5 | 1/3 |
| $A_4$ – Вологість повітря, % | 1/5 | 1/7 | 1 | 1 | 1/5 | 1/3 |
| $A_5$ – Індекс NDVI, 0.0 ... 1.0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 1 | 1 |
| $A_6$ – Фрактальна розмірність, 2.0 ... 3.0 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 |

Порівнюючи фактори впливу та індикатори самі з собою, їх вагомість рівна, тому в комірках $A_{11}, A_{22}, A_{33}, A_{44}, A_{55} \, i \, A_{66}$ табл. 2 ставиться число 1. Також в таблиці знаходяться фактори впливу та ін-

дикатори, які пов'язані між собою, і, на думку експертів, однаково впливають на оцінку швидкості процесу фотосинтезу, тому у відповідних комірках табл. 2 також ставиться 1. До таких факторів впливу відносяться: інтенсивність світла і температура (комірки $A_{12}\, i\, A_{21}$), що обумовлено фотохімічною і ферментною системами рослин, а також концентрація вуглекислого газу і вологість повітря (комірки $A_{34}\, i\, A_{43}$). Важливість індикаторів процесу фотосинтезу експерти також вважають пов'язаними між собою, і, на їхню думку, вони однаково характеризують процес фотосинтезу, тому у відповідних комірках табл. 2 (комірки $A_{56}\, i\, A_{65}$) також ставиться 1. Інші фактори, на думку експертів, в різному ступені (важливіше) впливають на оцінку швидкості процесу фотосинтезу.

При оцінці швидкості процесу фотосинтезу інтенсивність світла значно важливіше концентрації вуглекислого газу, тому що в реальних умовах концентрація вуглекислого газу в повітрі змінюється незначно, а освітленість може значно змінюватися в залежності від погодних умов і часу доби, тому в комірку $A_{13}$ ставиться число 7, а в комірку $A_{31}$ число $1/7$. Також інтенсивність світла просто важливіше вологості повітря, так як при хорошій освітленості процес фотосинтезу йде швидше, ніж при високій вологості, але слабкому освітленні. З урахуванням цього ставимо в комірку $A_{14}$ число 5, а в комірку $A_{41} - 1/5$.

Крім того, при оцінці швидкості процесу фотосинтезу температура повітря значно важливіше таких факторів впливу, як концентрація вуглекислого газу і вологість (відповідно, ставимо числа 7 в комірках $A_{23}\, i\, A_{24}$, а числа $1/7$ в комірках $A_{32}\, i\, A_{42}$). Це обумовлено тим, що при високих температурах процес фотосинтезу збільшується, але у рослин при підвищенні температури вище 25 °С ефективність фотосинтезу перестає зростати, відбувається закривання пор, і рослина починає економити воду. Тому вологість повітря менш важлива, ніж температура. Закриття пор при збільшенні температури не дозволяє вуглекислому газу потрапити в зелені клітини рослини, тому його концентрація в рослині не змінюється і навіть зменшується, тобто при високій температурі спостерігається нестача вуглекислого газу.

Індикатори процесу фотосинтезу, отримані з використанням дистанційних засобів, на думку експертів, є важливішими при оцінці швидкості процесу фотосинтезу, ніж фактори впливу, хоча вони і дають лише відносні оцінки характеристик рослинності. Це обумовлено тим, що індикатори дозволяють оперативно отримувати оціночні значення процесу фотосинтезу і можуть одночасно охоплювати великі площі. Крім того, вони можуть бути отримані швидше і точніше, ніж фактори впливу. Однак, індикатори не значно важливіші від факторів впливу, так як при їх визначенні необхідне їх калібрування і врахування похибки через погодні умови, а також необхідне порівнювання отриманих результатів з даними тестових еталонних ділянок, які враховують сезонні еколого-кліматичні показники на момент отримання даних. Виходячи з цього, індекс NDVI просто важливіше всіх чотирьох факторів впливу (відповідно, ставимо числа 5 в комірках $A_{51}, A_{52,} A_{53}\, i\, A_{54}$, а числа $1/5$ в комірках $A_{15}, A_{25,} A_{35}\, i\, A_{45}$). У той же час фрактальна розмірність незначно важливіше просто важливіше всіх чотирьох факторів впливу (відповідно, ставимо числа 3 в комірках $A_{61}, A_{62,} A_{63}\, i\, A_{64}$, а числа $1/3$ в комірках $A_{16}, A_{26,} A_{36}\, i\, A_{46}$). Різниця важливості індикаторів над чотирма факторами впливу обумовлено, тим, що в даний час існують накопичені бази індексів NDVI для різних рослин, що розвиваються в різних умовах, чого поки немає для фрактальної розмірності.

Дані, наведені в табл. 2, можуть бути представлена у вигляді матриці $A = \|a_{ij}\|, \partial e\, i, j = 1,...,6$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 7 & 5 & 1/5 & 1/3 \\ 1 & 1 & 7 & 7 & 1/5 & 1/3 \\ 1/7 & 1/7 & 1 & 1 & 1/5 & 1/3 \\ 1/5 & 1/7 & 1 & 1 & 1/5 & 1/3 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

В результаті рішення матричного рівняння $A\mu^{\alpha T} = \lambda_{\max} - \mu^{\alpha}$ отримуємо власний вектор

$$\mu_i^{\alpha} = \{0.097;\ \ 0.097;\ \ 0.042;\ \ 0.045;\ \ 0.357;\ \ 0.3\}.$$

Нормований вектор

$$\mu_i^{n\nu,\alpha} = \mu_i^{\alpha} \Big/ \sum_{i=1}^{6} \mu_i^{\alpha} \qquad (9)$$

має вигляд

$$\mu_i^{n\nu,\alpha} = \{0.103;\ \ 0.103;\ \ 0.045;\ \ 0.048;\ \ 0.381;\ \ 0.320\}.$$

Результат $\mu_i^{n\nu,\alpha}$ відповідає прийнятому для всіх факторів впливу та індикаторів рівня $\alpha$ функцій приналежності.

Розглянемо бінарні відношення швидкостей процесу фотосинтезу, які складають зміст третього рівня ієрархії, з точки зору кожного, з перерахованих вище, чинників впливу і індикаторів. Такі шість матриць представлені у вигляді табл. 3. При складанні таблиці в якості експертів виступали автори роботи.

Коротко розглянемо доводи експертів при побудові матриць *V*1–*V*6, тобто при обґрунтуванні вагомості оцінки швидкості процесу фотосинтезу по кожному з шести факторів впливу та індикаторів. Бінарні порівняння на третьому рівні ієрархії експерти проводять, керуючись думкою: як окремо кожен фактор впливу і індикатор визначає оцінку швидкості процесу фотосинтезу. При цьому експерти також використовують дев'яти бальну шкалу, описану вище.

*Таблиця 3* – **Бінарне порівняння швидкостей процесу фотосинтезу для всіх факторів впливу та індикаторів**

| $A_1$ | ПФ1 | ПФ2 | ПФ3 |
|---|---|---|---|
| ПФ1 | 1 | 5 | 7 |
| ПФ2 | 1/5 | 1 | 3 |
| ПФ3 | 1/7 | 1/3 | 1 |
| $A_2$ | ПФ1 | ПФ2 | ПФ3 |
| ПФ1 | 1 | 9 | 5 |
| ПФ2 | 1/9 | 1 | 1/5 |
| ПФ3 | 1/5 | 5 | 1 |
| $A_3$ | ПФ1 | ПФ2 | ПФ3 |
| ПФ1 | 1 | 5 | 9 |
| ПФ2 | 1/5 | 1 | 7 |
| ПФ3 | 1/9 | 1/7 | 1 |
| $A_4$ | ПФ1 | ПФ2 | ПФ3 |
| ПФ1 | 1 | 3 | 5 |
| ПФ2 | 1/3 | 1 | 3 |
| ПФ3 | 1/5 | 1/3 | 1 |
| $A_5$ | ПФ1 | ПФ2 | ПФ3 |
| ПФ1 | 1 | 5 | 1 |
| ПФ2 | 1/5 | 1 | 1/5 |
| ПФ3 | 1 | 5 | 1 |
| $A_6$ | ПФ1 | ПФ2 | ПФ3 |
| ПФ1 | 1 | 5 | 3 |
| ПФ2 | 1/5 | 1 | 1/3 |
| ПФ3 | 1/3 | 3 | 1 |

Швидкості процесів фотосинтезу при всіх факторах впливу і індикаторах, на думку експертів, в різній мірі важливі одна щодо іншої.

При аналізі першого фактору впливу (інтенсивність світла) експерти роблять висновок, що ПФ1 в різному ступені, але вагомішим, ніж ПФ2 і ПФ3, так як ПФ1 характеризується найбільшими значеннями інтенсивності світла, тому у відповідні комірки $V1_{12}\, i V1_{13}$ заносяться, відповідно, числа 5 і 7, а в комірки $V1_{21}\, i V1_{31}$ – числа $1/5 i 1/7$. Також ПФ2 за цим фактором має незначну важливість в порівнянні з ПФ3 через більше значення верхньої межі інтенсивності світла (ставимо число 3 в комірку $V1_{23}$ і число $1/3$ в комірку $V1_{32}$).

Так як швидкість процесу фотосинтезу в сильному ступені пов'язано з температурою (другий фактор впливу), але найбільш сприятливою для фотосинтезу вважають температуру 25 °С, то ПФ1 важливіше ПФ3 (ставимо число 5 в комірку $V2_{13}$ і число $1/5$ в комірку $V2_{31}$) і абсолютно важливіше ПФ2 (ставимо число 9 в комірку $V2_{12}$ і число $1/9$ в комірку $V2_{21}$). ПФ3 за цим фактором важливіше в порівнянні з ПФ2, через те, що процес фотосинтезу триває до температур 30-35 °С швидше, ніж при низьких температурах, тому в комірку $V2_{32}$ заносяться число 5, а в комірку $V2_{23}$ – число $1/5$.

Аналізуючи третій фактор впливу, можна сказати, що концентрація вуглекислого газу ПФ1 і ПФ2 в різному ступені, але вагомішим, ніж ПФ3, так як ефективність фотосинтезу у всіх видів рослин зростає з підвищенням концентрації вуглекислого газу до 0.5%, тому у відповідні комірки $V3_{13}\, i V3_{23}$ заносяться, відповідно, числа 9 і 7, а в комірки $V3_{31}\, i V3_{32}$ – числа $1/9 i 1/7$. При цьому ПФ1 за цим фактором важливіше в порівнянні з ПФ2 через великі значення концентрації вуглекислого газу (ставимо число 5 в комірку $V3_{12}$ і число $1/5$ в комірку $V3_{21}$). Також вологість повітря (четвертий фактор впливу) при ПФ1 і ПФ2 в різному ступені, але більш важливі, ніж ПФ3, і у відповідні комірки $V4_{13}\, i V4_{23}$, можна поставити числа 5 і 3, а в комірки $V4_{31}\, i V4_{32}$ – числа $1/5 i 1/3$. При порівнянні важливості ПФ1 і ПФ2 за цим фактором впливу, можна сказати, що ПФ1 незначно, але важливіше ПФ2 (число 3 в комірку $V4_{12}$ і число $1/3$ в комірку $V4_{21}$), через менше значення нижньої межі вологості ПФ2 в порівнянні з оптимально необхідною, яка становить 50%. У той же час, індекс NDVI (перший індикатор), на думку експертів, в однаковій мірі впливає на оцінку швидкості ПФ1 і ПФ3, тому у відповідних комірках $V5_{13}\, i V5_{31}$ ставиться 1. При цьому ПФ1 і ПФ3 за цим індексом однаково важливіші, ніж ПФ2 (ставимо число 5 в комірки $V5_{12}\, i V5_{32}$, а також число $1/5$ в комірки $V5_{21}\, i V5_{23}$). Фрактальна розмірність (другий індикатор) при оцінці швидкості ПФ1 в різному ступені, але вагомішим, ніж ПФ2 і ПФ3, так як ПФ1 характеризується найбільшими значеннями, тому у відповідні комірки $V6_{12}\, i V6_{13}$ заносяться, відповідно, числа 5 і 3, а в комірки $V6_{21}\, i V6_{31}$ – числа $1/5 i 1/3$. Також ПФ3 за цим фактором має незначну важливість в порівнянні з ПФ2 через більше значення верхньої межі величини фрактальної розмірності світла (ставимо число 3 в комірку $V6_{32}$ і число $1/3$ в комірку $V6_{23}$). Дані, наведені в табл. 3, можуть бути представлені у вигляді матриць $V_r = \|v_{ij}\|$, $r = 1,...,6; i, j = 1,...,3$

$$V1 = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 1/5 & 1 & 3 \\ 1/7 & 1/3 & 1 \end{pmatrix}, \quad V2 = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 5 \\ 1/9 & 1 & 1/5 \\ 1/5 & 5 & 1 \end{pmatrix},$$

$$V3 = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 1/5 & 1 & 7 \\ 1/9 & 1/7 & 1 \end{pmatrix}, \quad V4 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1/3 & 1 & 3 \\ 1/5 & 1/3 & 1 \end{pmatrix},$$

$$V5 = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 1/5 & 1 & 1/5 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad V6 = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 1/5 & 1 & 1/3 \\ 1/3 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Нормовані власні вектори $\mu_i^{nv,\alpha}, i = 1,...,6$ відповідних матриць бінарного порівняння мають такий вигляд:

$$\mu_1^{nv,\alpha} = \{0.745;\quad 0.158;\quad 0.091\};$$
$$\mu_2^{nv,\alpha} = \{0.763;\quad 0.067;\quad 0.161\};$$
$$\mu_3^{nv,\alpha} = \{0.763;\quad 0.163;\quad 0.059\};$$
$$\mu_4^{nv,\alpha} = \{0.652;\quad 0.231;\quad 0.111\};$$
$$\mu_5^{nv,\alpha} = \{0.455;\quad 0.091;\quad 0.455\};$$
$$\mu_6^{nv,\alpha} = \{0.652;\quad 0.111;\quad 0.231\}.$$

Для підрахунку компоненти $\mu_k^{nv,\alpha}$ дані, отримані вище, зручно представити в такому вигляді:

$$\mu_i^{nv,\alpha} = \{0.103;\quad 0.103;\quad 0.045;\quad 0.048;\quad 0.381;\quad 0.320\};$$
$$\mu_{i,1}^{nv,\alpha} = \{0.745;\quad 0.763;\quad 0.763;\quad 0.652;\quad 0.455;\quad 0.652\};$$
$$\mu_{i,2}^{nv,\alpha} = \{0.158;\quad 0.067;\quad 0.163;\quad 0.231;\quad 0.091;\quad 0.111\};$$
$$\mu_{i,3}^{nv,\alpha} = \{0.091;\quad 0.161;\quad 0.059;\quad 0.111;\quad 0.455;\quad 0.231\}.$$

З метою отримання узагальнених показників про швидкість процесу фотосинтезу реалізується принцип синтезу, згідно якого компонента вектору пріоритетів процесу фотосинтезу визначається з використанням виразу:

$$\mu_k^{nv,\alpha} = \sum_{i=1}^{6} \mu_{i,k}^{nv,\alpha} \cdot \mu_i^{nv,\alpha}, k = 1,2,3, \qquad (10)$$

де $\mu_{i,k}^{nv,\alpha}$ – нормоване значення k-ої компоненти вектору пріоритету процесу фотосинтезу по і-му фактору впливу або індикатору, значення якого визначено $\alpha$-рівневим чітким інтервалом функції приналежності; $\mu_i^{nv,\alpha}$ – нормоване значення і-ої компоненти вектору пріоритетів чинників впливу та індикаторів, за якими приймається рішення про швидкість процесу фотосинтезу, і значення яких визначено $\alpha$-рівневим інтервалом. Вектор пріоритетів оцінки швидкості процесу фотосинтезу матиме вигляд:

$$\mu_{i,k}^{nv,\alpha} = \{0.603;\quad 0.112;\quad 0.281\}.$$

## Висновки

Таким чином, слід прийняти рішення, що найвищу швидкість матиме процес фотосинтезу 1 з чисельними значеннями факторів впливу та індикаторів, наведеними в першому рядку табл. 1. Меншу швидкість матиме процес фотосинтезу 3, так як він має менше значення у векторі пріоритетів (чисельні значення факторів впливу і індикатори представлені, відповідно, в третьому рядку табл. 1). Найнижче значення швидкості отримано для процесу фотосинтезу 2 (другий рядок в табл. 1). Отримані результати можна поставити у відповідність до наведеної вище класифікації швидкості процесу фотосинтезу: процес 1 можна віднести до високої швидкості фотосинтезу, процес 3 може відповідати середній швидкості фотосинтезу, а процес 2 може характеризувати низьку швидкість фотосинтезу.

### Список літератури


1. Мокроносов А.Т., Гавриленко В.Ф., Жигалова Т.В., Ермакова И.П. Фотосинтез. Физиолого-экологические и биохимические аспекты. Москва: Издательский центр «Академия», 2006. 448 с.
2. Елена Голец. Как влияют внешние факторы на процесс фотосинтеза. LibTime. URL: https://libtime.ru/agro/kak-vliyayut-vneshnie-faktory-na-process-fotosinteza.html.
3. Лебедев С.И. Физиология растений. Москва: Аропромиздат, 1988. 544 с.
4. Куценко Ю.Н., Речина О.Н. Анализ методов и устройств для измерений функций газообмена биологических объектов. *Вестник НГИЭИ*. Нижний Новгород: НГИЭИ, 2012. № 12(19). С. 116-122.
5. Якушев В.П., Дубенок Н.Н., Лупян Е.А. Опыт применения и перспективы развития технологий дистанционного зондирования Земли для сельского хозяйства. *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*. Москва: ИКИ РАН, 2019. Вип. 16(3). С. 11-23. DOI: https://doi.org/10.21046/2070-7401-2019-16-3-11-23.
6. Капранова Н.Н. Комнатные растения в интерьере. Москва: МГУ, 1989. 190 с.
7. Черепанов С.А. Вегетационные индексы. *Геоматика*. Москва: Созвонд, 2011. Вип. 2. С. 98-102.
8. Сільське господарство. NDVI: Що потрібно знати фермеру для аналізу вегетації. Earth Observing System. URL: https://eos.com/ru/blog/ndvi-voprosy-i-otvety/.
9. Feder J. Fractals. New York: Springer US, 1988. 263 p. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4899-2124-6.
10. Марюшко М.В., Пащенко Р.Е. Фрактальний аналіз космічних знімків SENTINEL-2 для моніторингу сільськогосподарських культур. Радіоелектронні і комп'ютерні системи. 2020. № 4(96). С. 34-47. DOI: https://doi.org/10.32620/reks.2020.4.03.
11. Ягер Р.Р. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения. Москва: Радио и связь, 1986. 405 с.
12. Бутенко О.С., Буряченко М.В., Весельская Л.С., Пащенко Р.Э. Определение характера (масштабов) паводковых наводнений при нечетком описании факторов влияния. *Системи обробки інформації*. 2013. Вип. 8(115). С. 278-287.
13. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. Москва: Радио и связь, 1993. 278 с.


### References


1. Mokronosov, A.T., Gavrilenko, V.F., Zhigalova, T.V. and Ermakova, I.P. (2006), *Fotosintez. Fiziologo-jekologicheskie i biohimicheskie aspekty* [Photosynthesis. Physiological, ecological and biochemical aspects], Akademija, Moskow, 448 p.
2. Golec, Elena (2021), *How external factors affect the process of photosynthesis*, LibTime, available at: https://libtime.ru/agro/kak-vliyayut-vneshnie-faktory-na-process-fotosinteza.html.
3. Lebedev, S.I. (1988), *Fiziologija rastenij*, Aropromizdat, Moskva, 544 p.
4. Kucenko, Ju.N. and Rechina, O.N. (2017), "Analiz metodov i ustrojstv dlja izmerenij funkcij gazoobmena biologicheskih obektov [Analysis methods and devices for measuring the gas exchange functions of biological objects]", *Vestnik NGIJeI*. NGIJeI, Nizhnij Novgorod, No. 12(19), pp. 116-122.
5. Jakushev, V.P., Dubenok, N.N. and Lupjan, E.A. (2019), "Opyt primenenija i perspektivy razvitija tehnologij distancionnogo zondirovanija Zemli dlja sel'skogo hozjajstva [Application experience and prospects for the development of Earth remote

sensing technologies for agriculture]", *Sovremennye problemy distancionnogo zondirovanija Zemli iz kosmosa*, Institut kosmicheskih issledovanij RAN, Moskva, No. 16(3), pp. 11-23, DOI: https://doi.org/10.21046/2070-7401-2019-16-3-11-23.
6. Kapranova, N.N. (1989), *Komnatnye rastenija v inter'ere* [Indoor plants in the interior], MGU, Moskow, 190 p.
7. Cherepanov, S.A. (2011), "Vegetation Indices", *Geomatics*, Sozvond, Moscow, No. 2, pp. 98-102.
8. (2021), Siljsjke ghospodarstvo, "NDVI: Shho potribno znaty fermeru dlja analizu veghetaciji [NDVI FAQ: All you need to know about index]". Earth Observing System, Available at: https://eos.com/ru/blog/ndvi-voprosy-i-otvety.
9. Feder, J. (1988), *Fractals*, Springer US, New York, 263 p., DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4899-2124-6.
10. Marjushko, M.V. and Pashhenko, R.E. (2020) "Fraktaljnyj analiz kosmichnykh znimkiv SENTINEL-2 dlja monitorynghu siljsjkoghospodarsjkykh kuljtur [Fractal analysis of Sentinel-2 satellite imagery for monitoring of agricultural crops]", / *Radioelektronni i komp'juterni systemy*, No. 4(96), pp. 34-47, DOI: https://doi.org/10.32620/reks.2020.4.03.
11. Jager, R.R. (1986), *Nechetkie mnozhestva i teorija vozmozhnostej. Poslednie dostizhenija* [Fuzzy set and possibility theory. Recent developments], Radio i svjaz, Moskow, 405 p.
12. Butenko, O.S., Burjachenko, M.V., Vesel'skaja, L.S. and Pashhenko, R.Je. (2013), "Opredelenie haraktera (masshtabov) pavodkovyh navodnenij pri nechetkom opisanii faktorov vlijanija [Determination of the nature (scale) of flood floods with a fuzzy description of influencing factors]", *Systemy obrobky informaciji*, No. 8(115), pp. 278-287.
13. Saati, T. (1993) *Prinjatie reshenij. Metod analiza ierarhij* [Making decisions. Hierarchy analysis method], Radio i svjaz, Moskow, 278 p.

Received (Надійшла) 31.05.2021
Accepted for publication (Прийнята до друку) 18.08.2021

ABOUT THE AUTHORS / ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

**Пащенко Руслан Едуардович** – доктор технічних наук, професор, Інститут радіофізики та електроніки імені О.Я. Усикова НАН України, Харків, Україна;
**Ruslan Pashchenko** – Doctor of Technical Sciences, Professor, O.Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkov, Ukraine;
e-mail: r.paschenko@i.ua; ORCID ID: http://orcid.org/0000-0001-6218-0324

**Марюшко Максим В'ячеславович** – асистент кафедри геоінформаційних технологій та космічного моніторингу Землі, Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна;
**Maksym Mariushko** – Teaching Assistant of Geoinformation Technologies and Space Monitoring of the Earth Department, National Aerospace University named after N.Ye. Zhukovskiy «Kharkov Aviation Institute», Kharkov, Ukraine;
e-mail: max.maryushko@gmail.com; ORCID ID: http://orcid.org/0000-0003-3743-8535

## Оценка скорости процесса фотосинтеза растений при нечетком описании факторов влияния и индикаторов

Р. Э. Пащенко, М. В. Марюшко

**Аннотация. Предметом исследования** является оценка скорости (интенсивности) процесса фотосинтеза сельскохозяйственных культур при нечетком описании внешних факторов влияния и специальных индикаторов. **Объектом исследования** является определение скорости (интенсивности) процесса фотосинтеза растений в заданный момент при известных факторах влияния и индикаторах процесса фотосинтеза, полученных с использованием дистанционных средств. **Цель работы** заключается в рассмотрении возможности применения теории нечетких множеств для решения задачи оценки скорости процесса фотосинтеза растений. **В результате исследования** было введено нечеткое описание факторов влияния и индикаторов процесса фотосинтеза растений. На основе такого описания разработан метод принятия решения о характере (скорости) процесса фотосинтеза с учетом индекса NDVI и фрактальной размерности. Приведены результаты определения скорости процесса фотосинтеза растений при трех различных наборах значений факторов влияния и индикаторов процесса фотосинтеза. **Выводы.** Показано, нечеткие значения факторов и индикаторов, которые влияют на оценку скорости процесса фотосинтеза растений.

**Ключевые слова:** фотосинтез; нечеткое описание; фактор влияния; индекс NDVI; фрактальная размерность.

## Evaluation of the speed of the plant photosynthesis process with a fuzzy description of impact factors and indicators

Ruslan Pashchenko, Maksym Mariushko

**Abstract. The subject of the study** is evaluation of the speed (intensity) of the crop photosynthesis process with a fuzzy description of external impact factors and special indicators. **The object of the study** is to determine the speed (intensity) of the plant photosynthesis process at a given time with known impact factors and indicators of the photosynthesis process, obtained using remote sensing data. **The goal of this work** is to consider the possibility of applying fuzzy set theory to problem solving of evaluation the speed of the plant photosynthesis. **As a result of the study**, a fuzzy description of impact factors and indicators of the plant photosynthesis process was introduced. Based on this description, a method was developed to decide on the nature (speed) of the photosynthesis process taking into account NDVI and fractal dimension. The results of determining the speed of the plant photosynthesis process with three different values sets of impact factors and indicators of the photosynthesis process are presented. **Conclusions.** It is shown which fuzzy values of factors and indicators impact the evaluation of the speed of the plant photosynthesis process.

**Keywords:** photosynthesis; fuzzy description; influence factor; NDVI index; fractal dimension.